



고전의 지명을 좌표로 옮기다 제2권 기법편

동아시아 고전 지명의 계량적 위치 추정 (제8~16장)

컬러 PDF · 개인 영구 소장

이 PDF는 무료 샘플입니다

이 책의 앞표지와 앞 50쪽, 뒤표지를 읽어 보실 수 있습니다. 51쪽부터는 ssbook.kr에서 구매하시면 전체를 보실 수 있습니다.

ssbook.kr/book/geonames-2

POD 정가 ~~24,000원~~ → **14,400원** (60%)

ssbook.kr 홈페이지 안내

- **시리즈별 서가** — 인삼 · 오토파지 · 식물성 저탄고지 · 단식 · 생물리학 · 독립영양인간 · 중고등학교 교재 · 채식 · 라이프스타일 · 고대사
- **책마다 고유 주소** — 링크를 보내면 누구나 표지·소개·무료 샘플을 볼 수 있습니다
- **구매** — 회원가입(이메일 인증) 후 카드 결제(쿠키페이) → 내 서재에서 전체 컬러 PDF 내려받기
- **가격** — 종이책 POD 가격의 60%, 전 페이지 컬러 PDF
- **이용 범위** — 개인 영구 소장 가능, 공개 배포·재판매·공유 금지(내려받은 파일에는 구매자 정보가 표시됩니다)
- **책 신청 게시판** — 회원은 자유게시판에서 원하는 책 내용을 신청할 수 있습니다



고전의 지명을 좌표로 옮기다

동아시아 고전 지명의 계량적 위치 추정

제2권 기법편

제8~16장

이광조 지음

머리말: 이 책을 왜 만들었는가

한 문장에서 시작한다

"낙랑군은 요동의 동쪽 천여 리에 있다." 이런 문장을 읽을 때 우리는 곧바로 묻게 된다. 그러면 그곳은 지금의 어디인가? 고전에는 위도와 경도가 없다. 있는 것은 '동쪽', '천여 리', '강의 북쪽', '며칠 길' 같은 말이다. 그래서 같은 문장을 두고 연구자마다 다른 지점을 가리키고, 어느 쪽이 더 믿을 만한지 따져 볼 공통의 자가 마땅하지 않았다.

이 책은 그 자를 만드는 시도이다. 문장 속 단서(방향, 거리, 단위, 지형, 이웃, 이름의 소리, 시기, 출처)를 하나씩 뜯어 수와 구간으로 바꾸고, 그 구간들을 겹쳐 '가능한 땅'을 지도 위에 그린다. 결론은 점 하나가 아니라 범위와 확신의 정도로 말한다. 계산 과정은 누구나 다시 할 수 있게 적어 둔다.

이 책의 목적

첫째, 고전 지명의 위치 추정을 **재계산 가능한 절차**로 바꾼다. 말로 설득하는 비정(比定)이 아니라, 입력과 가정과 계산이 모두 드러나는 추정이다.

둘째, **여덟 가지 방법**을 한자리에 놓고 쓰임과 한계를 비교한다. 제약 만족과 구간 연산, 기하 보간, 베イズ 추론과 몬테카를로, 최소비용 경로, 그래프 이론, 시공간 지명 정합, 지명의 언어학적 추정, 다원 교차 검증이다. 어느 방법도 만능이 아니라는 것을 같은 사례로 확인한다.

셋째, **모순을 지우지 않는다**. 사료끼리 어긋나거나 방법끼리 다른 답을 내면, 어느 한쪽을 고르지 않고 어긋남 자체를 기록한다. 근거에는 A·B·C·가설의 등급을 매기고, 근거가 없는 곳에서는 단정하지 않는다.

넷째, **초보자도 다른 지역에서 똑같이 할 수 있게** 한다. 수식이 나오면 구체적인 숫자로 계산 과정을 끝까지 보이고, 중학교 2학년 수준의 설명을 곁들인다. 각 장의 끝에는 다른 지역에 옮기는 점검표가 있다.

누가 읽으면 좋은가

- **고대사·역사지리를 공부하는 학생과 연구자:** 비정 논쟁을 읽을 때 무엇을 근거로, 어디까지 말할 수 있는지 가늠하는 눈을 얻는다.
- **한문·고전 번역과 주석을 하는 분:** 지명 한 줄에 숨은 거리·방향 정보를 레코드 정리하는 법(제6장)을 바로 쓸 수 있다.
- **GIS·지도학·데이터과학 쪽 연구자와 개발자:** 고전 텍스트를 공간 데이터로 바꿀 때 부딪치는 단위, 불확실성, 재현성 문제의 실제 처리 방식을 본다.
- **박물관·유적 조사·지역사 담당자:** 문헌 위치와 발굴지·지형을 겹쳐 보는 교차 검증(제15장)의 틀을 쓸 수 있다.
- **고전과 지도를 좋아하는 일반 독자:** 제1~7장은 사전 지식 없이 읽도록 썼다. 수학은 부등식과 간단한 확률에서 출발한다.

이 책이 하지 않는 일

이 책은 어느 지명의 '정답'을 선언하지 않는다. 한반도, 요하, 산둥, 만주, 러시아 극동, 서역의 여러 지명에서 후보지 목록과 중첩 영역, 미해결 지점을 보이되, 근거가 부족한 곳은 부족하다고 쓴다. 위상수학 방법은 이 책의 여덟 기법에 들어 있지 않으며, 그래프 이론은 경로망의 일관성 점검까지만 다룬다. 사료 원문은 아직 교감본과 대조하지 않은 것이 있어 그 부분은 낮은 등급으로 표시했다.

이 책을 읽는 법

책은 네 권으로 나뉜다. 제1권(제1~7장)은 지도, 수학, 지리, 사료, 레코드, 단위라는 재료를 갖춘다. 제2권(제8~16장)은 여덟 기법과 비교 실험을 다룬다. 제3권(제17~24장)은 지역 적용과 통합 절차, 불확실성 표현, 재현을 다룬다. 제4권은 다층적 지도집이다.

모든 장은 같은 모양으로 짜여 있다. 장 앞의 '**이 장으로 들어가기**'에서 길을 먼저 보고, 본문에서 원리 → 선행연구 → 계산 → 실제 사료 → 실패 사례 → 다른 지역 적용 순으로 따라가고, 끝의 확인 문제는 부록 G의 풀이로 확인한다. 계산은 손으로 따라 해 보기를 권한다. 숫자를 한 번 직접 넣어 보면 뒤의 장이 훨씬 쉽게 읽힌다.

다음 쪽의 '책의 지도'에서 장마다의 안내와 독자별 읽는 길을 보고, 급한 곳부터
펼치면 된다.

이 책이 중요한 다섯 가지 이유

1. 말로 하던 비정을 다시 계산할 수 있는 절차로 바꾼다

고전 지명의 위치를 정하는 일(비정)은 오랫동안 해박한 학자의 판단과 설득에 기대어 왔다. 그 전통은 소중하지만, 같은 사료를 두고 서로 다른 결론이 나올 때 어느 쪽이 더 나은지 가를 공통의 자가 없었다. 이 책은 사료 한 문장을 레코드(제6장)로 옮기고, 단위와 방향의 불확실성을 구간과 분포로 두고(제7·10장), 여덟 기법으로 따로 추정한 뒤 열두 단계의 게이트로 걸러(제22장) 같은 입력이면 누가 해도 같은 출력이 나오게 한다. 이견은 이제 "어느 가정이 다른가"로 좁혀 따질 수 있다.

2. 점이 아니라 범위와 확신으로 말한다

"여기이다"라는 단정은 틀렸을 때 근거를 남기지 않는다. 이 책은 결론을 후보 영역과 확률, 그리고 5단계 결론 등급으로 보고한다(제23장). 근거에는 A·B·C·가설의 등급을 붙이고, 사료끼리 또는 방법끼리 어긋나면 어긋남을 지우지 않고 남긴다. 연구의 정직성을 형식으로 보장하는 장치이며, 비판과 재검증이 가능한 형태로 결과를 내놓는 일이다.

3. 한 방법이 아니라 여덟 방법을 같은 기준으로 비교한다

구간 연산, 기하 보간, 베이즈와 몬테카를로, 최소비용 경로, 그래프, 지명 정합, 언어학적 추정, 교차 검증은 각각 다른 단서에 강하다. 이 책은 하나의 지명을 여덟 기법으로 추정해 강점과 약점을 비교한다(제16장). 독자는 자기 사료의 단서가 무엇인지 보고 알맞은 방법을 고를 수 있다.

4. 다른 지역과 다른 문헌으로 그대로 옮길 수 있다

모든 수식은 구체적인 숫자로 끝까지 계산하고, 장마다 다른 지역에 옮기는 점점표와 확인 문제를 둔다. 새 지역을 시작하는 절차와 재현 규칙(제24장)이 있어, 같은 틀을 일본 열도, 동남아시아, 중앙아시아 내륙, 그 밖의 고전 문헌권에 적용해 볼 수 있다. 입력(레코드), 방법, 보고 서식이 표준화되어 있어 연구자마다 따로 도구를 만들 필요가 줄어든다.

5. 문헌, 고고, 지형, 언어 자료를 하나의 공간 위에서 만나게 한다

문헌사학, 고고학, 지질·지형학, 역사언어학은 같은 땅을 서로 다른 말로 설명해 왔다. 위치 추정을 공통의 공간 언어(좌표와 구간, 확률)로 바꾸면 서로의 증거를 겹쳐 볼 수 있다(제15장). 문헌이 가리키는 영역과 발굴 유적, 옛 하도와 해안선의 복원이 겹치는 곳과 어긋나는 곳이 모두 새로운 연구 문제가 된다.

이 분야는 어디까지 왔는가

이 책은 허공에서 나온 것이 아니다. 몇 갈래의 오래된 작업과 새로운 도구 위에서 있다. 아래는 이 책이 기대고 있는 큰 흐름이며, 개별 문헌의 서지는 장별 선행 연구 절에서 확인되는 대로 등급과 함께 채운다.

전통 역사지리학의 고증. 동아시아의 역사지리학은 지리지와 주석서를 대조해 지명의 위치를 따지는 고증을 오랫동안 쌓아 왔다. 낙랑군·현도군의 위치, 요수의 변천, 『삼국지』 왜인전의 거리 해석처럼 지금도 논쟁이 이어지는 주제들은 모두 이 전통 위에 있다. 이 책은 이 성과를 반박하지 않고, 그 논거를 재계산할 수 있는 입력으로 옮기는 것을 목표로 한다.

고대의 측량 수학. 『해도산경』의 님빔비 측량이 보여 주듯 동아시아에는 거리를 간접 측량하는 수학이 일찍부터 있었다(제3장, 제9장). 사료 속 거리 숫자를 다루는 이 책의 방법은 이 계산 전통의 연장선에 놓인다.

역사 지명 자료의 디지털화. 중국 역사지리 정보를 시대별 행정 지명과 위치로 구축한 CHGIS(하버드대학과 푸단대학의 공동 사업), 고대 지중해 지명을 묶은 Pleiades와 이를 문헌·지도와 연결하는 Pelagios, 옛 지도를 오늘 지도에 맞추는 오픈 도구 Allmaps 같은 사업이 이 분야의 기반을 닦았다. 시대별 지명 사전과 연결 데이터라는 발상(제13장)은 이 흐름에서 온다.

이동과 접근성의 계량. 고고학에서는 지형으로 이동 비용을 계산하는 최소비용 분석으로 고대 도로와 이동 경로를 추정해 왔고, 로마 세계의 길과 바닷길을 시간과 비용의 네트워크로 모형화한 ORBIS 같은 사례가 널리 알려져 있다. 이 책의 제11·12장이 이 흐름과 이어진다.

아직 비어 있는 곳. 이 가운데 동아시아 고전 지명을 대상으로, 단위 불확실성과 필사 오류, 사료의 계통까지 한꺼번에 다루며, 결과를 범위와 등급으로 보고하고, 처음부터 끝까지 재현 가능하게 묶은 통합 방법은 아직 정리되어 있지 않다. 이 책은 그 빈자리를 메우려는 첫 걸음이다. 선행 연구 문헌들의 서지는 확인되는 대로 보강하며, 아직 확인하지 못한 문헌은 본문에서 인용하지 않았다.

앞으로의 연구에 이렇게 쓸 수 있다

- **지명 사전의 대규모 구축:** 지리지의 군현 목록 수천 건을 레코드로 만들고, 앵커로 확정된 곳에서 출발해 나머지 지명의 후보 영역을 일괄 계산한다.
- **사료 판본 비교:** 판본마다 달리 적힌 里 수나 방위가 위치 추정을 얼마나 바꾸는지 민감도로 측정해, 어느 이문이 결론에 중요한지 가려낸다.
- **교통로 복원:** 정사의 이정 기록과 지형 비용면을 결합해 옛길의 후보를 그리고, 발굴된 도로·관방 유적과 맞춰 본다.
- **발굴 계획 지원:** 문헌 영역과 지형·하도 복원이 겹치는 곳을 우선 조사 후보로 제시해 조사의 효율을 높인다.
- **지명의 언어 연구:** 소리 닮음이 우연일 확률을 계량해 지명 비교 연구의 기준을 세운다.
- **다른 문헌권 확장:** 일본·동남아·중앙아시아 문헌에 같은 레코드 형식과 보고 서식을 적용해 지역 간 비교를 가능하게 한다.
- **교육:** 중학생 수준의 수식 풀이와 확인 문제로 역사 수업, 동아리, 대학 입문 강의에 쓴다.

역사학과 인류학에서의 가치

역사학에서. 사료비판의 핵심은 어느 기록이 독립적이고, 어느 기록이 앞 기록을 베낀 것인가를 가리는 일이다. 이 책의 계통 가리기(제5장, 제15장)와 근거 등급은 사료비판을 지명 위치라는 구체적 문제에 적용한 것이다. 논쟁의 쟁점을 "정답이 무엇인가"에서 "어떤 가정과 어떤 증거가 결론을 갈랐는가"로 옮겨, 학설 사이의 대화를 가능하게 한다. 또 모순을 보존하는 원칙은 사료가 말하는 바와 말하지 않는 바의 경계를 선명하게 한다.

인류학에서. 인류학은 사람들이 땅을 어떻게 이름 짓고, 이동하고, 이웃과 접촉했는지를 묻는다. 숙신·읍루·부여·서역의 여러 나라처럼 문헌 속 집단이 어느 땅에 살았는지는 그들의 생활권, 교역로, 접촉 범위를 읽는 출발점이다. 위치를 범위로 말하는 이 책의 방식은, 경계가 뚜렷하지 않은 사람들의 생활 공간을 선으로 그어 단정하는 일을 피하고, 이동과 교류의 폭을 있는 그대로 표현하게 한다. 또 지명은 사람들이 땅을 인식한 방식을 담은 자료이므로, 지명 변천 시계열(제13장)은 문화 접촉과 언어 변화를 읽는 자료로도 쓸 수 있다.

두 학문을 잇는 일. 문헌 속 집단의 위치 영역과 고고 문화의 분포, 환경 복원을 같은 공간 위에 겹쳐 놓으면, 문헌의 집단과 고고학적 문화가 어떻게 대응하는지 따져 볼 수 있다. 이때 대응이 성립한다는 증거와 성립하지 않는다는 증거를 같은 형식으로 쌓을 수 있다는 것이 이 책의 방법이 학제 연구에 주는 이점이다.

책의 지도: 전체 장 안내

이 책은 24개 장으로 되어 있다. 아래 지도는 각 장이 무엇을 하는지 한두 문장으로 요약하고, 어느 길로 읽으면 좋은지 보인다. 쪽 번호는 각 권의 차례를 보라.

제1권 기초편 (제1~7장): 재료를 갖춘다

장	제목	한 줄 안내
1	지명을 찾는다는 것	문제를 세 장면으로 보이고, 비정의 뜻과 한계, 이 책의 방법과 읽는 순서를 소개한다
2	지도와 좌표의 기초	위경도, 투영, 거리·방향 계산, 고지도의 특성, 큰 지도에서 작은 지도로 옮기는 실습
3	수학 기초	부등식·확률·분포·오차 합성·베イズ·몬테카를로를 숫자로 익히고 사료 예에 적용한다
4	고대 동아시아 지리의 기본 틀	왕조와 시대, 군현제, 산과 강, 해안선, 길, 지도집 축척 체계, 지역 개관
5	사료와 지명 자료	사료의 종류와 계층, 근거 등급 A·B·C, 판본 비교, 기록의 계통 가리기
6	문장을 데이터로 바꾸기	한 문장을 한 레코드로, 확정 지점(앵커), 지명 사전 설계, 모순 기록 보존
7	단위와 환경의 보정	리·보·척·일의 환산, 방위 표기, 하도와 해안선 변화, 불확실성을 분포로 두는 법

제2권 기법편 (제8~16장): 여덟 가지 방법

장	제목	한 줄 안내
8	제약 만족과 구간 연산	문장을 부등식으로 바꾸고 해를 영역으로 그린다. 입문 기법이다
9	기하 보간과 지도 맞추기	옛 지도를 늘이고 휘어 오늘 지도에 맞추고, 잔차로 왜곡을 읽는다
10	베イズ 추론과 몬테카를로	모르는 값을 분포로 두어 사후 확률 지도를 만든다
11	최소비용 경로와 접근성	'머칠 거리'를 걷는 시간의 등시간선으로 바꾼다
12	그래프 이론	지명을 점, 관계를 선으로 이어 경로의 일관성을 검사한다
13	시공간 지명 사건의 정렬	시대별 지명을 이어 개명과 이동을 추적한다
14	지명의 언어학적 추정	음 대응을 비교하되 우연의 일치를 가려낸다
15	다원 교차 검증	서로 독립인 증거를 따로 추정해 겹침과 어긋남을 본다
16	비교 실험	하나의 지명을 여덟 기법으로 추정해 강점과 약점을 같은 기준으로 비교한다

제3권 적용편 (제17~24장): 지역에 적용하고 보고한다

장	제목	한 줄 안내
17	한반도	낙랑·대방, 패수·열수, 삼국 초기 도읍, 韓·倭의 규모와 거리
18	요하 유역	요동과 요서의 경계, 요수의 변천, 험독·양평·임유관
19	산동과 발해 연안	제·래이·낭야·동래, 갈석의 후보지, 해안선 변화
20	만주와 러시아 극동	현도와 초기 군현, 부여·고구려 도읍, 숙신·읍루, 발해 지명
21	서역과 중앙아시아	스탄 나라들의 지도, 『한서』 서역전의 里·日 기록 처리
22	통합 파이프라인	열두 단계와 게이트, 두 사료를 끝까지 통과시키는 시연, 보고서 서식
23	불확실성의 표현	확률 지도, 세 가지 95%, 민감도, 결론 등급 5단계
24	재현성	저장소, 스크립트, 해시, 시드, git, 새 지역 시작 절차와 재현의 한계

독자별 읽는 길

독자	권장 순서
처음 배우는 독자	1 → 2 → 3 → 4 → 5 → 6 → 7 → 8 → 관심 있는 기법(9~14) → 15 → 16 → 21
방법을 바로 보고 싶은 연구자	1(1.4·1.5) → 6 → 7 → 8 → 10 → 15 → 16 → 22 → 23
프로그램·데이터 담당	1 → 6 → 8~12 → 22 → 24
특정 지역이 급한 독자	1 → 해당 지역 장(17~21)의 후보지 표 → 필요한 기법 장으로 거슬러 오르기

이어서 나올 책

제4권은 다축척 지도집이다. 제5권은 이 책의 방법을 실제로 돌리는 데 쓰는 오픈 소스 도구, 오픈 데이터셋, 로컬 GPU 분석 방법을 다루는 실무편으로 계획하고 있다.

차례

머리말: 이 책을 왜 만들었는가.....	1
이 책이 중요한 다섯 가지 이유.....	4

책의 지도: 전체 장 안내	9
제8장 제약 만족(CSP)과 구간 연산.....	17
8.1 원리: 문장을 부등식으로, 해를 영역으로	23
8.2 선행연구.....	45
8.3 알고리즘과 구현: 구간 전파와 영역 교집합	45
8.4 동아시아 적용 시 주의점.....	49
8.5 실패 사례: 모순이 드러난 경우.....	51
8.6 작은 예제부터 실전까지	52
8.7 공통 사례 지명에 적용(제16장 비교 실험과 연결)	70
8.8 다른 지역에 적용하는 법 (체크리스트).....	71
제9장 기하 보간과 지도 맞추기(Georeferencing)	77
9.1 원리: 아핀 변환과 TPS	83
9.2 선행연구와 고대 원형	97
9.3 확정 지점 선택과 교차 검증	102
9.4 변환 잔차를 지도 왜곡량으로 읽기	107
9.5 실패 사례: 앵커 편중과 외삽	110
9.6 공통 사례 지명에 적용(제16장 비교 실험과 연결)	113
9.7 실제 사료 적용: 군 단위 지명 목록으로 앵커 후보 표 만들기	114
9.8 다른 지역에 적용하는 방법(체크리스트).....	119
9.9 흔한 오해와 실패	122
제10장 베이즈 추론과 몬테카를로: 사후 확률 지도	127
10.1 원리: 사전분포·가능도·사후분포	134
10.2 선행연구	144
10.3 단위·방향 오차·오기 가능성의 분포 설정	145
10.4 사후 확률 지도 만들기	146
10.5 민감도: 사전분포를 바꾸면 무엇이 변하는가	152
10.6 공통 사례 지명에 적용(제16장 비교 실험과 연결)	159
10.7 사료 현장 1: "千餘里"를 우도로 바꾸기	160
10.8 사료 현장 2: "可二千里"의 σ 를 어떻게 정하는가.....	168
10.9 다른 지역에 적용하는 법: 체크리스트.....	175
제11장 최소비용 경로와 접근성.....	181
11.1 원리: 비용면과 등시간선.....	187
11.2 선행연구.....	195
11.3 DEM·하천·해안 자료의 요건과 실제 DEM 적용 체크리스트.....	195
11.4 "며칠 거리"를 등시간선으로	196
11.5 한계: 고대 지형과 현대 DEM의 차이, 그리고 격자 편향.....	201

11.6 공통 사례 지명에 적용: 日과 里이 섞인 기록을 제약으로 바꾸는 절차 (제16장 비교 실험과 연결)	204
11.7 日·里 혼용 환산 연습: 『한서』 서역전의 里·日 동시 기록	212
제12장 그래프 이론: 경로망의 일관성과 네트워크 조정	221
12.1 원리: 시대별 지명 노드와 경로 간선	227
12.2 선행연구	230
12.3 중심성·연결성으로 본 경유지	230
12.4 경로 일관성 검사	234
12.5 위상 추정의 전 단계로서의 그래프: 경계선	245
12.6 공통 사례 지명에 적용(제16장 비교 실험과 연결)	246
12.7 실제 사료 적용 1: 『三國志』 倭人傳의 경로	246
12.8 실제 사료 적용 2: 『漢書』 西域傳의 간선표	254
12.9 실제 적용 절차와 다른 지역에 적용하는 법	264
제13장 시공간 지명 사전의 정렬	269
13.0 이 장의 목표	272
13.0.1 먼저 알아 둘 것	272
13.0.2 쉬운 비유	273
13.1 원리: 시대별 지명 사전의 연결	274
13.2 선행연구	283
13.3 개명과 이동	283
13.4 지명 변천 시계열과 정합표	285
13.5 사례: 이름 연속성 ≠ 위치 연속성	295
13.6 작은 예제: 가상 7개 기록의 점수 계산	300
13.7 '去長安'과 '都護治所': 기준점이 바뀔 때의 점수	304
13.8 실제 사료 적용: 정합 절차	310
13.9 다른 지역에 적용하는 법	312
13.10 흔한 오해와 실패	313
13.11 확인 문제	313
13.12 요약	314
제14장 지명의 언어학적 추정: 음 대응과 우연 일치	317
14.1 원리: 음운 대응과 고음·재구음 비교	323
14.2 선행연구	326
14.3 한국 한자음 원칙과 비교용 병음 병기	327
14.4 음상 유사만으로는 왜 근거가 되지 못하는가	328
14.5 독립 증거와 결합하는 방법	334
14.6 공통 사례 지명에 적용(제16장 비교 실험과 연결)	342
14.7 실제 사료 적용: 글자 반복 세기 연습	343

14.8 다른 지역에 적용하기 (체크리스트)	354
14.9 혼한 오해와 실패	356
14.10 확인 문제	357
14.11 요약과 참고문헌	357
제15장 다원 교차 검증	359
15.1 사서 위치·금석문 출토지·발굴 유적을 따로 추정	364
15.2 하도 변천과 해안선 변화의 독립 추정	365
15.3 겹치는 곳을 찾는 방법	366
15.4 서로 어긋날 때의 보고 방식	375
15.5 방사성탄소연대 등 연대 자료의 위치	376
15.6 보정 검사 (coverage): "95% 영역"이 정직한가	377
15.7 사료 속 현장 예	380
15.8 계승 기록 점검의 일반 절차	399
15.9 공통 사례 지명에 적용(제16장 비교 실험과 연결)	402
제16장 하나의 지명, 여덟 가지 추정: 비교 실험	407
16.1 비교 실험의 설계: 같은 입력, 같은 기준으로	413
16.2 정답이 알려진 지명으로 먼저 시험하기	420
16.3 공통 사례 지명 하나를 여덟 기법으로 추정: 실제 사료로 시범 입력 만들기	426
16.4 결과 비교표: 후보 영역·넓이·확신도·실패 사례	434
16.5 기법마다 강한 곳과 약한 곳	440
16.6 논쟁 지명에 적용하기 전의 점검표	441
16.7 한 trial을 손으로 따라가기: 각 기법의 입력에서 출력까지	442
제2권을 마치며	458
부록 G 확인 문제 풀이	459
제8장 확인 문제 풀이	460
제9장 확인 문제 풀이	463
제10장 확인 문제 풀이	466
제11장 확인 문제 풀이	470
제12장 확인 문제 풀이	472
제13장 확인 문제 풀이	477
제14장 확인 문제 풀이	479
제15장 확인 문제 풀이	480

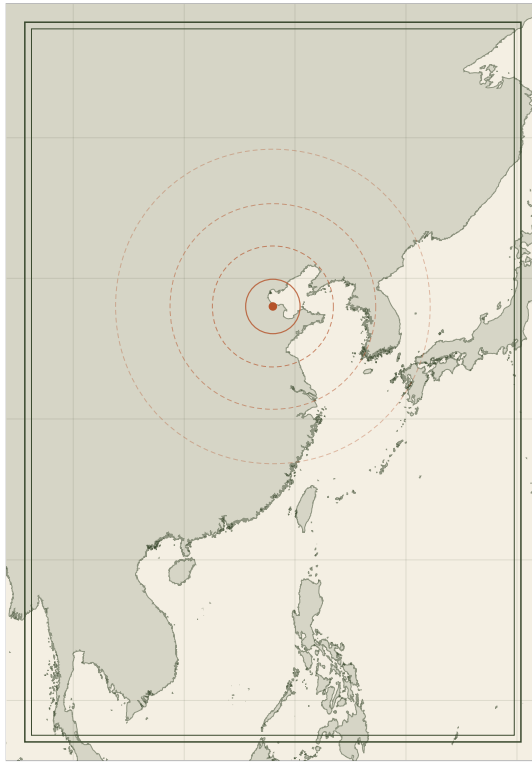
그림 차례

그림 8-1 방위 순환 구간: 북 [337.5°, 22.5°]와 서북 [292.5°, 337.5°]	31
그림 8-2 EX-02 부채꼴 고리 (가상)	35
그림 8-3 제약을 겹치면 영역이 줄어들고, 어긋나면 사라진다 (가상)	39
그림 8-4 격자 간격 h와 넓이 오차 / 분할·가지치기의 안팎 경계	47
그림 8-5 T-SJ123-02-01: 大宛 기준 두 제약 (가상 좌표계).....	56
그림 8-6 중앙아시아 지도 위의 烏孫·康居 제약 (예시 기준점)	59
그림 8-7 T-SJZ14-03 渭水: 흐름 방향 제약 둘의 어긋남 (가상 좌표)	62
그림 8-8 T-HS96-01 鄯善: 기준 셋의 링 교집합 (가상 좌표, 長安=원점)	66
그림 9-1 앵커 3개로 변환을 구하고 새 점을 옮기기(가상)	86
그림 9-2 한 앵커가 어긋났을 때 TPS와 아핀의 반응(가상, 사례 B)	95
그림 9-3 변환 전, 아핀 변환 후, TPS 변환 후(가상 지도, 앵커 8개)	97
그림 9-4 海島算經 第1問의 답음 삼각형 도해(개념도, 길이는 비례하지 않음)	100
그림 9-5 앵커별 적합 잔차와 LOO 오차(가상 지도).....	105
그림 9-6 앵커 4개가 남쪽에만 있을 때 북쪽 목표 3점의 외삽 오차(가상 지도).....	110
그림 9-7 군집에서 멀어질수록 붙어나는 외삽 오차(가상 지도).....	112
그림 9-8 이 목록의 이름들을 찾아볼 지도 범위의 예(요하·요동반도·한반도 서북부)	115
그림 10-1 극좌표 부채꼴 고리와 1/d 밀도(가상 예제 EX-02: 방위 67.5°~112.5°, 거리 39.3~43.3	136
그림 10-2 오기 혼합이 고리 밖에 까는 바닥 ε/Area . 세로축은 로그 눈금이다. $\varepsilon=0$ 이면 고리 밖은 0이다(회색선은	140
그림 10-3 4×4 칸 격자의 베이즈 갱신(가상, $\varepsilon = 0.10$). (가) 기록 a, (나) 기록 b, (다) 사전 $\times a$	149
그림 10-4 가상 예제의 사후 확률 지도(균등 사전, 격자 0.2 km). 왼쪽 두 그림($\varepsilon =$ 0.01, 0.05)은 확대... ..	154
그림 10-5 오기 가설의 사후 확률. (가) $\varepsilon = 0.05$ 에서 8가설. (나) ε 를 0.001에서 0.5까 지 바꿔도 "c	156
그림 10-6 '千餘里'의 세 가지 우도. (가) 같은 중앙 95%[1000,1500]로 맞춘 균등·정규· 로그정규의 밀도. (... ..	163
그림 10-7 '可二千里'의 σ 를 바꾸면 95% 신용영역 넓이가 거의 비례해 변한다. 세로 점 선은 σ 를 정하는 근거(반올림 단... ..	172
그림 10-8 가상 기준점 R(연습용으로 현대 타슈켄트 위치를 빌림, 大宛의 비정이 아님) 에서 방위 東北·西北, 거리 2,00... ..	174
그림 11-1 보행 함수 $v(s)$	189

그림 11-2 5노드 그래프와 최소시간 경로	193
그림 11-3 가상 지형의 등시선과 최소비용 경로	197
그림 11-4 8이웃·16이웃 이방성	203
그림 11-5 長安에서 五千里 고리	208
그림 11-6 환산 구간 비교	212
그림 12-1 삼각형·사각형의 폐합차와 조정 결과 (가상 좌표, 단위 km)	237
그림 12-2 순환 폐합차 크기의 분포(모의 20,000회)와 관측 7.98 km	242
그림 12-3 6노드 가상 네트워크: 참 위치, 오기 포함 조정, 다-마 제거 후 재조정....	244
그림 12-4 倭人傳 경로 그래프(도식: 가상 좌표, 간선 길이는 축척 아님)와 함께 막대 (축척 있음).....	249
그림 12-5 같은 리 수를 환산 가정별로 비교하는 자 막대(지도 위에 지명을 올리지 않 음).....	252
그림 12-6 西域傳 동서 한 줄 도식(단위 리 그대로, 지리 좌표 아님): 都護 거리로 놓은 위치에 이웃 간선 자를 대 본 ...	260
그림 13-1 개체와 이름 기록의 분리 (가상)	275
그림 13-2 가상 기록 7개의 영역(가상 좌표 km)	280
그림 13-3 시간층별 지명 변화 개념도 (좌표 없음, 비정 아님).....	292
그림 13-4 가중합 점수와 후보 문턱.....	302
그림 13-5 '去長安'과 '都護治所' 두 기준점의 일관성	308
그림 13-6 이 장의 사료가 다루는 지역의 바탕지도(고대 지명은 표시하지 않고, 현대 지 형·도시는 방위 확인용).....	311
그림 14-1 우연히 일치하는 이름의 기대 개수 ($S=400$, $M=5,000$, 로그 눈금)	331
그림 14-2 후보 창을 좁히면 대조 목록 M 이 줄어든다 (가상 창).....	337
그림 14-3 남은 후보 수에 따른 사후 확률 곡선 ($LR=100.13$)	338
그림 14-4 이름 12개의 반복 글자 3개 (馬·韓·邪).....	346
그림 14-5 馬韓 국명 목록의 글자 빈도 상위 12	349
그림 14-6 [T-SJ123-01·02]의 방위 서술 관계도 (위치 아님)	352
그림 14-7 중앙아시아 지도(지도집 m08).....	353
그림 15-1 두 가지 사례의 증거 영역 겹침. (가)는 세 흐름이 겹치고 (나)는 유적이 다른 곳에 있다. 모두 가상 좌표이...	369
그림 15-2 같은 문헌을 두 번 곱하면 영역이 새 정보 없이 줄어든다(가상 좌표).....	375
그림 15-3 (가) 보고 σ 가 참 σ 보다 작을 때의 포함률. (나) 계승 기록을 독립이라 보고 곱했을 때의 포함률(모의)	379
그림 15-4 현장 예가 다루는 지역의 지도(실제 지도, 지도집 m02의 일부 범위). 빨간 점 은 방위 확인용 현대 도시이며 ...	381
그림 15-5 부여 두 기록의 95% 영역(전부 가상 좌표). 점선 원은 [300, 500] km의 고 리, 갈색 점선은 가상의...	387
그림 15-6 가상 후보 $\alpha \sim \delta$ 의 사후 확률. 결합 방식에 따라 β 가 0.79가 되기도, β 와 δ 가 같은 값이 되기도 한다.....	392

그림 15-7 (가) 이웃 간선으로 복원한 삼각형(가상 평면, 단위 里). (나) 두 기준점의 q. 去長安 기준은 허용 상한 … ..	396
그림 16-1 가상 세계의 한 trial (A: 오기 없음).....	422
그림 16-2 크기 비교(바탕 지도 범위 = 지도집 m09)	425
그림 16-3 시범 입력의 기하(기준점 O는 위치를 정하지 않은 추상 점).....	431
그림 16-4 결과 요약: 세 오기율 × 다섯 기법(300 trial씩, 난수 시드 2026)	436
그림 16-5 가상 세계의 한 trial (B: 오기 1개, $\epsilon=0.3$).....	450

제8장 제약 만족(CSP)과 구간 연산



이 장의 차례

8.1 원리: 문장을 부등식으로, 해를 영역으로	23
8.2 선행연구	45
8.3 알고리즘과 구현: 구간 전파와 영역 교집합	45
8.4 동아시아 적용 시 주의점	49
8.5 실패 사례: 모순이 드러난 경우	51

8.6 작은 예제부터 실전까지	52
8.7 공통 사례 지명에 적용(제16장 비교 실험과 연결)	70
8.8 다른 지역에 적용하는 법 (체크리스트)	71

이 장으로 들어가기

범인 찾기 퍼즐을 떠올려 보자. "키가 크다", "안경을 썼다", "A동에 산다"는 단서마다 해당하지 않는 사람을 지워 가면 마지막에 후보가 남는다. 아무도 안 남으면 단서 중 하나가 틀린 것이다. 지명 찾기도 같다.

『사기』는 烏孫이 大宛의 동북쪽 가히 이천 리, 康居는 서북쪽 가히 이천 리라고 한다. 이 문장들을 지도 위의 영역으로 옮기고 겹치는 곳을 찾는 방법이 이 장의 제약 만족(CSP)이다.

가는 길

- 8.1 문장을 변수·정의역·제약으로 옮긴다. 구간끼리 더하고 곱하는 법, 북(0°)을 가로지르는 방위 구간, 부채꼴 고리의 넓이를 배우고, 영역을 겹쳐 해를 구한다. 겹침이 비면 모순이고, 틈의 크기도 잔다.
- 8.2~8.3 선행연구를 보고, 칸을 나눠 겹치는 알고리즘과 격자 해상도의 영향을 확인한다.
- 8.4~8.5 동아시아에 적용할 때의 주의점과, 모순이 나왔을 때의 대응 순서를 본다.
- 8.6 가상 예제에서 시작해 大宛 기준의 烏孫·康居, 『수경주』 渭水, 『한서』 鄯善으로 나아간다. 앵커로 쓰면 안 되는 지명(康居)도 가려낸다.
- 8.7~8.8 공통 사례에의 적용과 체크리스트로 마무리한다.

읽고 나면

- 사료 한 문장을 영역으로 바꾸고, 여러 영역의 교집합과 넓이를 구할 수 있다.
- 영역이 비었을 때 입력 실수와 사료 자체의 모순을 구별하고, 어긋나는 서술 묶음을 지목할 수 있다.
- 해석 선택(어림, 방위 폭 등)에 따라 달라지는 결과를 시나리오로 보고할 수 있다.

먼저 읽으면 좋은 곳, 건너뛰어도 되는 곳

제6장(레코드)과 제7장(단위 환산 구간)을 먼저 읽자. 막히면 8.3의 구현과 8.1.7의 분할·가지치기는 넘어가도 좋다. 8.1과 8.6만 이해하면 뒤 장으로 갈 수 있다.

읽는 요령

이 기법은 "가능한 곳"을 말해 줄 뿐 "얼마나 가능한가"는 말하지 않는다. 그 뭇은 제10장이다. 빈 영역은 실패가 아니라 그 자체로 하나의 결과이니, 만나면 지우지 말고 기록해 두자.

이 장의 목표

- 사료의 위치 서술 한 문장을 "변수 · 정의역 · 제약"으로 옮기고, 가능한 위치의 영역을 손과 코드로 구할 수 있다.
- 구간 산술의 네 규칙(합·차·곱·나눗셈)과 교집합을 쓰고, 같은 변수가 반복될 때 구간이 부풀어 오르는 이유(의존성 문제)를 설명할 수 있다.
- 방위 구간이 0° (북)를 가로지르는 경우를 포함해 순환 구간의 폭·포함·교집합을 계산하고, 부채꼴 고리(링 섹터) 영역의 넓이를 식으로 구할 수 있다.
- 영역이 비는 것(해가 없음)을 모순의 신호로 읽고, 틈의 크기를 재며, 최소 모순 집합을 찾아 "어느 두 서술이 어긋나는가"를 말할 수 있다.
- 격자 해상도가 넓이에 미치는 영향을 코드로 확인하고, 안쪽·바깥쪽 경계를 보장하는 분할·가지치기를 읽을 수 있다.
- 실제 사료(史記 大宛列傳, 水經注 渭水, 漢書 西域傳 鄯善)의 문장을 레코드로 바꾸어 제약 영역을 계산하고, 앵커로 쓰기에 부적합한 지명을 가려내는 기준을 적용할 수 있다.

먼저 알아 둘 것

이 장은 이 책이 다루는 여덟 기법 가운데 첫째이다. 제3장의 구간 계산, 제6장의 레코드(기준지·방위·거리·관계), 제7장의 단위 환산 구간을 이어 쓴다. 이 장에서 쓰는 수학은 덧셈·뺄셈·곱셈·나눗셈, 제곱과 제곱근, 원의 넓이, 삼각비(사인·코사인)의 값이 전부이다. 삼각비는 "각도를 넣으면 비율이 나오는 계산기 키"로만 쓴다.

새로 나오는 말은 다음과 같다.

- **변수(variable)**: 구하려는 미지수. 여기서는 지명의 위치 (x, y).
- **정의역(domain)**: 변수가 가질 수 있는 값의 처음 범위. 연구 지역 전체.
- **제약(constraint)**: 변수가 만족해야 하는 조건. 예: "가읍에서 동쪽 40~43 km".
- **제약 만족 문제(CSP, Constraint Satisfaction Problem)**: 변수·정의역·제약이 주어졌을 때 모든 제약을 동시에 만족하는 값(해)을 찾는 문제.
- **실행 가능 영역(feasible region)**: 모든 제약을 만족하는 위치의 집합. 이 책에서는 "해의 영역"이라고도 한다.

- **구간(interval)**: 하나의 수 대신 [하한, 상한]으로 적은 값. "40에서 43 사이"를 [40, 43]으로 쓴다.
- **구간 연산(interval arithmetic)**: 구간끼리 더하고 빼고 곱하고 나누는 계산.
- **전파(propagation)**: 한 제약으로 줄어든 범위를 다른 제약에 넘겨 범위를 더 줄이는 일.
- **무모순(consistent)과 모순(inconsistent)**: 제약들이 함께 만족될 수 있는 상태와 그럴 수 없는 상태.
- **방위각(bearing)**: 북을 0°로 하여 시계 방향으로 잴 각도. 동 90°, 남 180°, 서 270°.
- **부채꼴 고리(링 섹터, ring sector)**: 기준점에서 거리 [d_lo, d_hi]이고 방위 [θ_lo, θ_hi]인 점들의 집합. 부채꼴에서 안쪽 작은 부채꼴을 도려낸 모양.
- **격자(grid)**: 지역을 정사각형 칸으로 잘게 나눈 것. 칸 한 변의 길이를 격자 간격 h라 한다.

표 8-1은 이 장 전체에서 쓰는 기호이다. 처음 보는 기호는 쓰는 자리에서 다시 풀어 준다.

표 8-1. 이 장의 기호

표 8-1 먼저 알아 둘 것

기호	뜻	단위
(x, y)	위치. x는 동쪽으로 갈수록 +, y는 북쪽으로 갈수록 +	km
d	기준점에서 어떤 점까지의 거리	km
d_lo, d_hi	거리 구간의 하한·상한	km
θ	방위각 (북 0°, 시계 방향)	도(°)
θ_lo, θ_hi	방위 구간의 시작·끝(시계 방향으로 lo에서 hi까지)	도(°)
k	단위 길이 (1리가 몇 km인가). 제7장 비율법의 가상 값 [0.393, 0.433]	km/리
h	격자 간격(칸 한 변)	km
A	영역의 넓이	km ²
P	영역의 둘레 길이	km

쉬운 비유

범인 찾기 퍼즐. "범인은 키가 170~180 cm", "안경을 썼다", "A동에 산다"는 단서가 있으면 용의자 명단에서 단서마다 해당하지 않는 사람을 지워 나간다. 마지막에 남은 사람이 후보이다. 한 명도 안 남으면 단서 중 하나가 틀렸다는 뜻이고, 여러 명이 남으면 단서가 부족한 것이다. 지명 추정도 같다. 용의자 대신 지도 위의 모든 점이 후보이고, 사료의 한 문장이 단서 하나이다.

체(sieve) 거르기. 모래에 자갈이 섞여 있다고 하자. 눈이 굵은 체를 먼저 치면 큰 돌이 걸러지고, 눈이 가는 체를 다시 치면 고운 모래만 남는다. 체를 많이 칠수록 남는 것은 줄어든다. 제약 하나가 체 하나이다. 체의 눈(제약의 폭)이 너무 좁으면 필요한 알갱이까지 걸러내 아무것도 안 남을 수 있다. 그것이 모순이다.

눈금이 있는 자 두 개. "이 막대의 길이는 40에서 43 사이"라는 말은 눈금이 있는 자 위에 두 개의 표지를 세워 두는 것과 같다. 막대 둘을 이어 붙이면 길이는 "작은 값끼리의 합"에서 "큰 값끼리의 합"까지로 퍼진다. 구간 연산은 이 표지 둘을 따라가며 계산하는 방법이다.

8.1 원리: 문장을 부등식으로, 해를 영역으로

8.1.1 변수, 정의역, 제약 — 문장을 옮기는 법

왜 필요한가. 사료는 "A는 B의 동쪽 100리"처럼 말한다. 컴퓨터는 문장을 읽지 못하고, 연구자의 머릿속에서만 "대충 이쯤"이 된다. 문장을 숫자 조건(부등식)으로 바꾸어야 누구나 같은 영역을 다시 구할 수 있다.

개념 설명. 제6장의 레코드 하나는 변수 하나(찾는 지명의 위치)와 제약 하나(기준점·방위 구간·거리 구간)를 낳는다. 기준점을 (x_0, y_0) 라 하면 찾는 지명의 위치 (x, y) 는 다음을 만족한다.

$$d_{lo} \leq \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \leq d_{hi} \text{ (거리 조건)} \quad \theta_{lo} \leq \text{방위}(x - x_0, y - y_0) \leq \theta_{hi} \text{ (방위 조건, 구간이 } 0^\circ \text{를 가로지르면 순환 구간으로 처리)}$$

첫 줄의 $\sqrt{(\dots)}$ 는 기준점에서 (x, y) 까지의 거리를 피타고라스 정리로 잰 것이다 (가로 차이의 제곱과 세로 차이의 제곱을 더해 제곱근). 이 두 조건을 동시에 만족하는 점의 집합이 **부채꼴 고리**이다.

관계 서술도 영역으로 바뀐다. 표 8-2는 제6장 열 문장에서 나온 제약의 종류이다.

표 8-2. 사료 문장 → 제약 → 영역의 모양

표 8-2 8.1.1 변수, 정의역, 제약 — 문장을 옮기는 법

사료 문장의 꼴	제약	영역의 모양	이 장에서
A는 B의 동쪽 n리	기준 B, 방위 구간, 거리 구간	부채꼴 고리	8.1.4
A는 B에서 n리 (방향 없음)	기준 B, 거리 구간만	고리(도넛)	8.6.5 (鄯善)
A는 강의 남쪽	강 선의 한쪽	반평면(선 한쪽 절반)	8.1.6
A는 바다에 닿는다	해안선에서 폭 w 이내	띠	제7장, 제13장
A는 B와 C 사이	두 기준을 잇는 띠	띠 모양 영역	제12장
A는 B의 북쪽, 극한은 알 수 없다	하한만 있는 거리	안쪽이 파인 열린 부채꼴	8.4
하천의 흐름 방향	발원-어귀 방위 구간	방위 구간	8.6.4 (渭水)

한 문장 예: 高句麗. 데이터베이스 texts 표의 [T-SG30-04] 三國志 卷30 高句麗 (위키문헌 전자본, 교감본 대조 전)에는 다음 문장이 있다.

高句麗在遼東之東千里，南與朝鮮、濊貊，東與沃沮，北與夫餘接。都於丸都之下，方可二千里，戶三萬。

번역(직역)은 "高句麗는 遼東의 동쪽 천 리에 있다. 남쪽은 朝鮮·濊貊과, 동쪽은 沃沮와, 북쪽은 夫餘와 접한다. 丸都의 아래에 도읍하였다. 사방이 가히 이천 리이고, 호는 삼만이다."이다. 이 문장에서 계산에 넣을 수 있는 것은 앞 구절 하나이다.

표 8-3 8.1.1 변수, 정의역, 제약 — 문장을 옮기는 법

레코드 필드	값	비고
대상	高句麗	국가명(영역형 지명)
기준지	遼東	기준지 자체의 위치는 별도 근거 필요
방위 구간	동 = 67.5°~112.5°	8방위 ± 22.5°(제7장 규칙)
거리	1,000리	원문 그대로
환산 구간	$k \in [0.393, 0.433]$ km/리 (가상)	근거 등급 가설, 제7장 예제 구간을 빌려 씀
거리 구간	[393, 433] km	$1000 \times k$

나머지 "남쪽은 朝鮮·濊貊과 접한다"는 계량 정보가 없는 이웃 관계(위상)이므로 이 장의 계산에 넣지 않는다(위상 정보는 이 책의 범위 밖). 이 레코드의 영역 넓이는 12,974.78 km²이다(calc-ch08.py 「보충2」, 45°·[393, 433] km). 8.1.4에서 같은 계산을 거리 100리의 가상 예제로 먼저 연습하면, 거리가 10배일 때 넓이가 정확히 100배가 됨을 볼 수 있다. 계산은 가상 환산 구간을 빌려 쓴 것이므로 "遼東의 동쪽에 이 크기의 영역이 가능하다"는 형식 예이지 高句麗의 비정이 아니다.

왜 정의역이 필요한가. 정의역은 "지금 연구하는 지역 전체"이다. 제약이 "북쪽에 있다"처럼 한쪽만 막으면 영역이 지역 밖까지 열려 있으므로, 정의역으로 잘라야 넓이가 정해진다. 8.4에서 이 문제를 다시 본다.

절 요약. 레코드 한 건은 (기준점, 방위 구간, 거리 구간)이라는 제약 하나를 낳고, 관계 서술은 반평면·띠 같은 영역을 낳는다. 숫자로 옮길 수 없는 문장은 이 장의 계산에 넣지 않고 따로 표시한다.

8.1.2 구간 산술: 구간끼리 더하고, 빼고, 곱하고, 나눈다

왜 필요한가. 사료의 거리는 "가히 이천 리", 환산은 "0.393에서 0.433 km/리"처럼 하나의 수가 아니다. 구간을 그대로 계산에 넣어야 "참값이 반드시 이 안에 있다"는 보장을 지킬 수 있다. 하나의 수(중간값)로 바꾸어 계산하면 이 보장이 사라진다.

개념 설명. 구간 $[a, b]$ 는 "a 이상 b 이하의 모든 수"이다. 두 구간을 계산한 결과는 "각 구간에서 한 수씩 뽑아 계산했을 때 나올 수 있는 모든 값"을 덮는 가장 작은 구간이다. 모든 값이 양수이면 규칙은 단순하다(표 8-3).

표 8-3. 구간 산술의 규칙 (모두 양수인 경우를 기본으로 한다)

표 8-4 8.1.2 구간 산술: 구간끼리 더하고, 빼고, 곱하고, 나눈다

연산	규칙	예
합	$[a, b] + [c, d] = [a+c, b+d]$	$[1, 2] + [3, 5] = [4, 7]$
차	$[a, b] - [c, d] = [a-d, b-c]$	$[4, 7] - [1, 2] = [2, 6]$
곱(양수)	$[a, b] \times [c, d] = [ac, bd]$	$[2, 3] \times [4, 5] = [8, 15]$
나눗셈(분모 양수)	$[a, b] \div [c, d] = [a/d, b/c]$	$[8, 15] \div [2, 3] = [8/3, 7.5]$
교집합	$[a, b] \cap [c, d] = [\max(a,c), \min(b,d)]$ ($\max \leq \min$ 일 때)	$[1, 5] \cap [3, 8] = [3, 5]$

차와 나눗셈에서 "엇갈려" 계산하는 이유가 헛갈리기 쉽다. 최악의 경우를 생각하면 쉽다. 가장 작은 값을 얻으려면 앞 수는 가장 작게, 빼는 수는 가장 크게 잡아야 한다. 그래서 하한은 $a - d$ 이다.

수식 풀이 상자 8-1: 구간의 합

1. 식: $[a, b] + [c, d] = [a + c, b + d]$
2. 말로 풀기: 첫째 구간에서 뽑은 수(a 이상 b 이하)와 둘째 구간에서 뽑은 수(c 이상 d 이하)를 더했을 때 나올 수 있는 가장 작은 값은 "둘 다 가장 작을 때", 가장 큰 값은 "둘 다 가장 클 때"이다. 단위는 두 구간이 같아야 한다(km끼리).
3. 숫자 대입: $[10, 30] + [25, 50]$
4. 단계별 계산: 하한 = $10 + 25 = 35$; 상한 = $30 + 50 = 80$; 결과 $[35, 80]$. 반올림 없음.
5. 확인: 하한 $\leq$ 상한이다. 대표값 $20 + 37.5 = 57.5$ 는 $[35, 80]$ 안에 있다. 폭은 $20 + 25 = 45 = 80 - 35$ 로, 합의 폭은 두 폭의 합이다. 코드: `calc-ch08.py 「상자 8-1~8-7」` .

수식 풀이 상자 8-2: 구간의 차

1. 식: $[a, b] - [c, d] = [a - d, b - c]$
2. 말로 풀기: 앞 수에서 뒤 수를 뺀 값이 가장 작으려면 앞 수는 가장 작고 (a) 뒤 수는 가장 커야(d) 한다. 가장 크려면 앞 수는 가장 크고(b) 뒤 수는 가장 작아야(c) 한다.
3. 숫자 대입: $[10, 30] - [25, 50]$
4. 단계별 계산: 하한 = $10 - 50 = -40$; 상한 = $30 - 25 = 5$; 결과 $[-40, 5]$.

5. **확인:** 결과가 음수까지 내려가는 것은 정상이다(작은 수에서 큰 수를 뺄 수도 있으므로). 폭 45는 합과 같다(차의 폭도 두 폭의 합). 0이 구간 안에 있으므로 "앞 구간이 뒤 구간보다 작을 수도 크지 않을 수도 있다"는 뜻이다. 코드: 같은 곳.

수식 풀이 상자 8-3: 구간의 곱 (양수)

1. 식: $[a, b] \times [c, d] = [a \times c, b \times d]$ (모두 양수일 때)
2. **말로 풀기:** 양수끼리 곱하면 작은 수끼리 곱한 것이 가장 작고 큰 수끼리 곱한 것이 가장 크다. 사료의 "리 수"에 단위 길이(km/리) 구간을 곱하면 km 구간이 된다.
3. **숫자 대입:** "100리"는 $[100, 100]$, 단위 길이 $k = [0.393, 0.433]$ km/리. $100 \text{ 리} \times [0.393, 0.433] \text{ km/리}$.
4. **단계별 계산:** 하한 = $100 \times 0.393 = 39.3$; 상한 = $100 \times 0.433 = 43.3$; 결과 $[39.3, 43.3]$ km. (곱의 단위: 리 $\times$ km/리 = km.)
5. **확인:** 중간 단위 0.413으로 계산한 41.3 km가 구간 안에 있다. 폭 4.0 km는 $0.04 (= 0.433 - 0.393)$ 에 100을 곱한 값이다. 숫자 하나일 때와 같은 꼴이므로 상수를 곱하면 폭도 그만큼 늘어난다. 음수가 섞이면 네 가지 곱의 최소·최대를 취해야 한다(코드 class I의 `__mul__`). 코드: 같은 곳.

수식 풀이 상자 8-4: 구간의 나눗셈 (분모가 양수)

1. 식: $[a, b] \div [c, d] = [a \div d, b \div c]$ ($c > 0$)
2. **말로 풀기:** 나눗셈은 분모가 클수록 결과가 작아진다. 그러므로 결과의 하한은 "분자 최소 $\div$ 분모 최대", 상한은 "분자 최대 $\div$ 분모 최소"이다. 분모 구간이 0을 포함하면 값이 무한히 커질 수 있어 이 규칙을 쓸 수 없다.
3. **숫자 대입:** 노정 $[100, 120]$ km를 하루 이동거리 $[30, 40]$ km/일로 나누어 걸린 날수를 구한다.
4. **단계별 계산:** 하한 = $100 \div 40 = 2.5$; 상한 = $120 \div 30 = 4.0$; 결과 $[2.5, 4.0]$ 일.
5. **확인:** 중간값끼리 $110 \div 35 = 3.14$ 일이 구간 안에 있다. 느린 속도에 먼 길이면 4일, 빠른 속도에 짧은 길이면 2.5일이라는 직관과 일치한다. 코드: 같은 곳.

수식 풀이 상자 8-5: 구간의 교집합과 공집합 판정

1. 식: $[a, b] \cap [c, d] = [\max(a, c), \min(b, d)]$. 단, $\max(a, c) \leq \min(b, d)$ 일 때만. 아니면 공집합($\emptyset$).
2. 말로 풀기: 두 구간이 함께 덮는 부분만 남긴다. 둘 중 더 큰 하한부터 둘 중 더 작은 상한까지이다. 그 시작이 끝보다 크면 겹치지 않는다.
3. 숫자 대입: (가) $[1, 5] \cap [3, 8]$, (나) $[1, 2] \cap [3, 4]$, (다) $[10, 30] \cap [25, 50]$
4. 단계별 계산: (가) $\max(1, 3) = 3$, $\min(5, 8) = 5 \rightarrow [3, 5]$. (나) $\max(1, 3) = 3$, $\min(2, 4) = 2$, $3 > 2$ 이므로 $\emptyset$. (다) $\max(10, 25) = 25$, $\min(30, 50) = 30 \rightarrow [25, 30]$.
5. 확인: (가)는 눈으로도 3에서 5까지가 겹친다. (나)는 $[1, 2]$ 가 $[3, 4]$ 보다 완전히 왼쪽이라 겹치지 않는다. 틈의 크기는 $3 - 2 = 1$ 이다(8.1.6에서 "모순의 크기"로 쓴다). 코드: 같은 곳.

수식 풀이 상자 8-6: 구간의 폭과 중점

1. 식: 폭 = $b - a$; 중점 = $(a + b) \div 2$; 반폭 = 폭 $\div 2$
2. 말로 풀기: 폭은 구간이 얼마나 넓은지(=불확실성의 크기), 중점은 구간의 한가운데 값이다. 중점은 "가장 그럴듯한 값"이 아니라 그냥 가운데이다.
3. 숫자 대입: 거리 구간 $[39.3, 43.3]$ km
4. 단계별 계산: 폭 = $43.3 - 39.3 = 4.0$ km; 중점 = $(39.3 + 43.3) \div 2 = 82.6 \div 2 = 41.3$ km; 반폭 = $4.0 \div 2 = 2.0$ km. 따라서 " 41.3 ± 2.0 km"로도 쓴다.
5. 확인: 중점 - 반폭 = 39.3, 중점 + 반폭 = 43.3이 되어 원래 구간으로 돌아온다. 점 추정 41.3 km는 이 구간의 중점일 뿐 구간을 대신하지 못한다. 코드: 같은 곳.

의존성 문제(dependency problem). 구간 산술에는 약점이 하나 있다. 같은 변수가 식에 두 번 나오면 구간 연산은 두 번을 서로 다른 값으로 취급한다. $x \in [1, 2]$ 일 때 $x - x$ 는 어떤 x 든 0인데, 구간 연산은 $[1, 2] - [1, 2] = [-1, 1]$ 을 준다.

수식 풀이 상자 8-7: 의존성 문제 ($x - x$ 와 $x \cdot x$)

1. 식: $[a, b] - [a, b] = [a - b, b - a]$ (참값은 0). 제곱 x^2 는 따로 규칙이 있다: $a \geq 0$ 이면 $[a^2, b^2]$.
2. 말로 풀기: 구간 연산은 "첫째 x "와 "둘째 x "가 같은 수라는 사실을 모른다. 그래서 첫째 x 가 1일 때 둘째 x 가 2라고 해도 되는 것처럼 계산해 결과 구간이 필요 이상으로 넓어진다. 결과는 참값을 항상 포함하지만 넓다(안전하지만 험겁다).
3. 숫자 대입: (가) $x \in [1, 2]$ 일 때 $x - x$; (나) $x \in [-1, 2]$ 일 때 $x \times x$ 와 x^2 .
4. 단계별 계산: (가) 하한 = $1 - 2 = -1$, 상한 = $2 - 1 = 1 \rightarrow [-1, 1]$. (나) $x \times x$ 곱의 네 값: $(-1)(-1) = 1$, $(-1)(2) = -2$, $(2)(-1) = -2$, $(2)(2) = 4 \rightarrow$ 최소 -2, 최대 4 $\rightarrow [-2, 4]$. x^2 는 제곱이므로 음수가 될 수 없고, 0을 지날 수 있으므로 $[0, 4]$.
5. 확인: x^2 는 항상 0 이상인데 $x \times x$ 를 구간 곱으로 하면 $[-2, 4]$ 로 음수까지 내려간다(험겁다). 같은 식을 쓰는 방법에 따라 폭이 6과 4로 달라진다. 해결책은 "같은 변수가 나오는 식을 먼저 정리해 한 번만 나오게 하거나($x - x = 0$), 제곱 같은 전용 규칙을 쓰는 것"이다. 이 장의 격자 방법은 칸마다 x 한 값으로 식을 평가하므로 이 문제가 생기지 않는다. 코드: `calc-ch08.py` 「상자 8-1~8-7」.

구간에 함수를 적용하기(단조 함수). 사인·코사인 같은 함수에는 곱셈과 비슷한 요령이 있다. 값이 구간 안에서 한 방향으로만 변하는(계속 커지거나 계속 작아지는) 구간에서는 양 끝 값만 계산하면 결과 구간의 양 끝이 나온다. 방위 22.5° 이내의 "남쪽" 서술에서 남쪽으로 내려간 크기는 거리 $\times \cos(\text{방위와 정남의 차이})$ 이다. 차이가 0° 에서 22.5° 로 변하는 동안 코사인은 1에서 0.92388로 계속 줄어드므로 양 끝만 보면 된다.

수식 풀이 상자 8-8: 방위 구간이 낳는 "내려간 크기" (코사인 구간)

1. 식: 내려간 크기 = $d \times \cos(\phi)$, ϕ 는 정남 방향과의 각도 차이 ($0^\circ \leq \phi \leq 22.5^\circ$)
2. 말로 풀기: 남쪽으로 d 만큼 가되 방향이 정남에서 ϕ 만큼 틀어졌다면, 실제로 남쪽(y 감소) 방향으로 내려간 크기는 d 에 $\cos(\phi)$ 를 곱한 값이다.

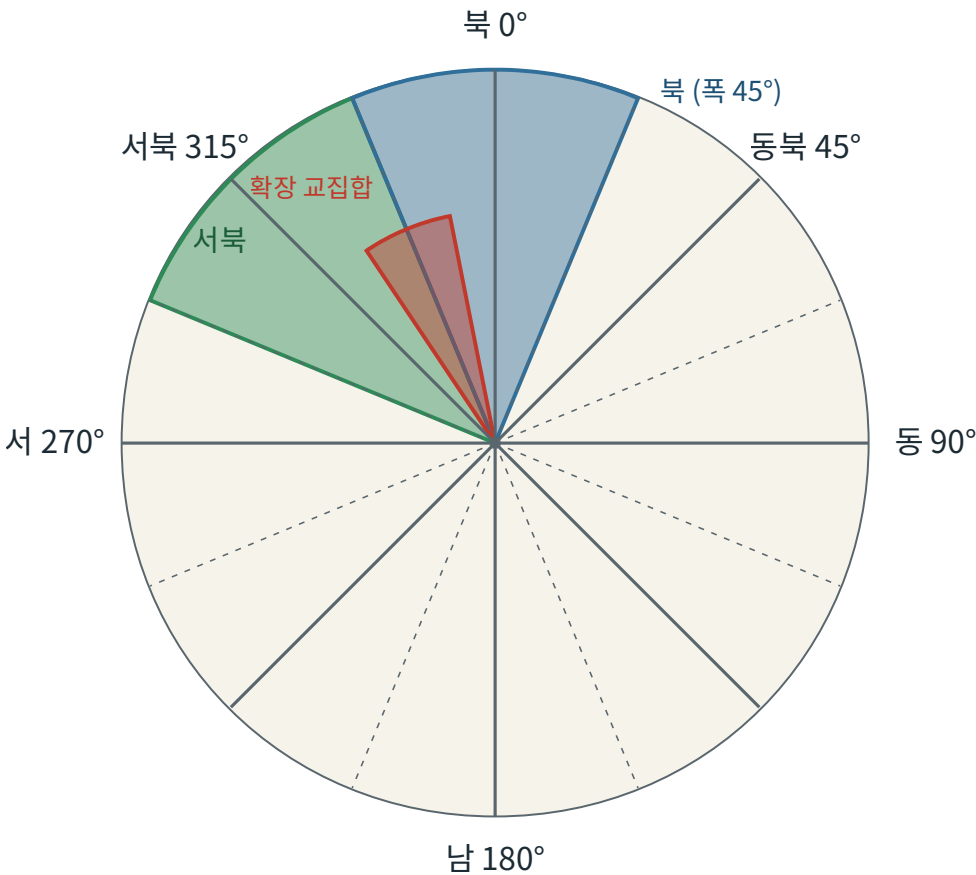
- $\phi = 0^\circ$ (정남)이면 d 그대로이고, ϕ 가 커지면 옆으로 새는 뭇만큼 줄어든다. 각도의 단위는 도이며, 계산기에서는 "도(DEG)" 모드로 놓는다.
3. **숫자 대입:** 가상 EX-07 "남쪽 30리". 거리 $d = 30 \times [0.393, 0.433]$ km.
 $\phi \in [0^\circ, 22.5^\circ]$ 이므로 $\cos(\phi) \in [\cos 22.5^\circ, \cos 0^\circ] = [0.92388, 1]$.
4. **단계별 계산:** ① 거리 구간: $30 \times 0.393 = 11.79$, $30 \times 0.433 = 12.99 \rightarrow [11.79, 12.99]$ km. ② $\cos(22.5^\circ) = 0.923880$ (소수 여섯째 자리).
 ③ 구간 곱: 하한 = $11.79 \times 0.923880 = 10.8925$, 상한 = $12.99 \times 1 = 12.99$. 결과 내려간 크기 $\in [10.8925, 12.99]$ km (넷째 자리 반올림).
5. **확인:** 하한이 거리 하한 11.79보다 작은 것은 비스듬히 갔을 때 옆으로 새기 때문이다. 상한 12.99는 정남으로 갔을 때뿐이다. 거리 구간이 $[11.79, 12.99]$ 인데 내려간 크기가 $[10.89, 12.99]$ 이므로 구간 폭이 1.2에서 2.1로 커졌다(방위 폭이 거리 폭에 더해진 효과). 코드: calc-ch08.py 「상자 8-8」.

절 요약. 구간 산술은 양 끝 값만으로 최악·최선 경우를 잡는 규칙이다. 합·차는 폭이 더해지고, 곱·나눗셈은 양수이면 양 끝끼리 계산한다. 같은 변수가 식에 두 번 나오면 결과가 헷거워지고(의존성 문제), 그것은 오류가 아니라 이 방법의 알려진 한계이다.

8.1.3 방위 순환 구간: 북을 가로지르는 구간

왜 필요한가. 방위각은 0° 에서 360° 로 한 바퀴 돌고 다시 0° 가 된다. "북" = $[337.5^\circ, 22.5^\circ]$ 는 0° 를 가로지르므로 하한 337.5가 상한 22.5보다 큰, 일반 구간으로 보면 이상한 구간이다. 이런 구간을 일반 구간 규칙으로 다루면 "북쪽 서술이 모두 비어 버리는" 오류가 난다. 이것을 한 번에 해결하는 요령이 "시작점에서 시계 방향으로 얼마나 갔는가"로 바꿔 생각하는 것이다.

그림 8-1 방위 순환 구간: 북 [337.5°, 22.5°]와 서북 [292.5°, 337.5°]



8방위 그대로는 337.5°에서 선으로만 닿는다.
반폭을 11.25° 늘리면 폭 22.5°가 겹친다 (붉은 부분).

그림 8-1 방위 순환 구간: 북 [337.5°, 22.5°]와 서북 [292.5°, 337.5°]

그림 8-1. 8방위(점선 포함 16방위)에서 북(파랑)은 0°를 가로지르고 서북(초록)은 북과 337.5°에서 닿는다. 붉은 부분은 두 구간을 각각 11.25°씩 넓혔을 때(16방위 폭) 겹치는 22.5° 폭이다.

개념 설명. 방위 구간은 (시작 θ_{lo} , 끝 θ_{hi})로 적고 "시작에서 시계 방향으로 끝까지"를 뜻한다. 구간의 폭은 $(\theta_{hi} - \theta_{lo})$ 를 360으로 나눈 나머지(mod)이다. 나머지만 360의 배수를 덜어 내고 0 이상 360 미만으로 맞추는 계산이다. 예를 들

어 -30을 360으로 맞추면 330이다("시계 반대 방향으로 30° 간 것 = 시계 방향으로 330° 간 것").

수식 풀이 상자 8-9: 방위 정규화와 순환 구간의 폭

1. 식: 정규화 $N(\theta) = \theta$ 를 360으로 나눈 나머지(0 이상 360 미만) ; 폭 $W = N(\theta_{hi} - \theta_{lo})$
2. 말로 풀기: N은 "각도를 한 바퀴 안으로 접어 넣는" 계산이다. 폭은 시작에서 끝까지 시계 방향으로 얼마나 가느냐이다. 337.5에서 시계 방향으로 22.5까지 가려면 360을 넘겨서 가므로 $22.5 - 337.5 = -315$ 에 360을 더해 45를 얻는다.
3. 숫자 대입: $N(-30)$, $N(370)$, $N(725)$; 구간 $[337.5, 22.5]$, $[292.5, 337.5]$, $[315, 30]$ 의 폭
4. 단계별 계산: $N(-30) = -30 + 360 = 330$; $N(370) = 370 - 360 = 10$; $N(725) = 725 - 720 = 5$; $[337.5, 22.5]$: $22.5 - 337.5 = -315$, $-315 + 360 = 45^\circ$; $[292.5, 337.5]$: $337.5 - 292.5 = 45^\circ$; $[315, 30]$: $30 - 315 = -285$, $-285 + 360 = 75^\circ$.
5. 확인: 8방위 구간의 폭은 모두 45°이다(북이 0°를 가로질러도 폭은 같다). 폭이 0 이상 360 미만인지 확인한다. 코드: `calc-ch08.py` 「상자 8-9」.

수식 풀이 상자 8-10: 순환 구간 포함 판정

1. 식: 방위 b 가 구간 $[\theta_{lo}, \theta_{hi}]$ 에 속한다 $\Leftrightarrow N(b - \theta_{lo}) \leq W$ (W 는 구간의 폭)
2. 말로 풀기: b 가 시작점에서 시계 방향으로 얼마나 떨어져 있는지($N(b - \theta_{lo})$)를 재고, 그것이 구간의 폭 이하이면 구간 안이다. "0°를 넘느냐"를 따로 가를 필요가 없는 한 줄 판정이다.
3. 숫자 대입: 구간 [337.5, 22.5](#)에서 $b = 5^\circ, 30^\circ, 350^\circ, 180^\circ$
4. 단계별 계산: $b = 5$: $N(5 - 337.5) = N(-332.5) = 27.5 \leq 45$ 이므로 속함 ; $b = 30$: $N(30 - 337.5) = N(-307.5) = 52.5 > 45$ 이므로 속하지 않음 ; $b = 350$: $N(12.5) = 12.5 \leq 45$ 이므로 속함 ; $b = 180$: $N(-157.5) = 202.5 > 45$ 이므로 속하지 않음. 끝점 $b = 22.5$: $N(45) = 45 \leq 45$ 이므로 속함(경계 포함).
5. 확인: 5°는 북쪽 근처이므로 속하는 것이 맞고, 180°는 정남이므로 북 구간 밖이 맞다. 일반 구간 판정 " $337.5 \leq b \leq 22.5$ "은 어떤 b 도 만족하

지 못하므로(모순) 순환 구간에서는 이 식을 써야 한다. 코드: calc-ch08.py 「상자 8-10」.

수식 풀이 상자 8-11: 두 순환 구간의 교집합

1. 식: 첫째 구간 $A = [\alpha, \alpha + W_A]$, 둘째 구간 B의 시작을 α 기준으로 $s = N(\beta_{lo} - \alpha)$ 라 하면 B는 $[s, s + W_B]$ 와 $[s - 360, s - 360 + W_B]$ 두 판. 교집합 = 각 판과 $[0, W_A]$ 의 구간 교집합(상자 8-5)을 α 만큼 되돌린 것.
2. 말로 풀기: 첫째 구간의 시작을 눈금 0으로 삼고 둘째 구간이 어디서 시작하는지를 쟀다(s). 한 바퀴가 이어져 있으므로 둘째 구간을 한 번은 그대로, 한 번은 한 바퀴(360) 뒤로 옮겨 두 번 비교한다. 일반 구간의 교집합과 같은 계산이다.
3. 숫자 대입: (가) 북 $[337.5, 22.5] \cap$ 서북 $[292.5, 337.5]$; (나) 각각 11.25° 씩 넓힌 북 $[326.25, 33.75] \cap$ 서북 $[281.25, 348.75]$; (다) 동 $[67.5, 112.5] \cap$ 서 $[247.5, 292.5]$
4. 단계별 계산: (가) $\alpha = 337.5, W_A = 45$. B의 시작 $292.5 - 337.5 = -45, N = 315 \rightarrow s = 315$. 첫 판 $[315, 360]$ 과 $[0, 45]$ 의 교집합: $\max(315, 0) = 315, \min(360, 45) = 45 \rightarrow 315 > 45 \rightarrow \emptyset$. 둘째 판 $[315 - 360, 315 - 360 + 45] = [-45, 0]$ 과 $[0, 45]$: $\max = 0, \min = 0 \rightarrow [0, 0]$, 폭 0. 되돌리면 337.5° 한 방향뿐. (나) $\alpha = 326.25, W_A = 67.5$. B의 시작 $281.25 - 326.25 = -45, N = 315 \rightarrow s = 315, W_B = 348.75 - 281.25 = 67.5$. 둘째 판 $[-45, 22.5]$ 과 $[0, 67.5]$: $\max = 0, \min = 22.5 \rightarrow [0, 22.5]$, 폭 22.5° . 되돌리면 $[326.25, 348.75]$. (다) $\alpha = 67.5, W_A = 45$. B의 시작 $247.5 - 67.5 = 180 \rightarrow s = 180$. 첫 판 $[180, 225]$ 와 $[0, 45] \rightarrow \emptyset$. 둘째 판 $[-180, -135]$ 와 $[0, 45] \rightarrow \emptyset$. 교집합 없음.
5. 확인: (가) 이웃한 두 8방위 구간은 경계선 하나(337.5°)에서만 만난다. 폭 0은 "선"이지 영역이 아니다. (나) 각 구간의 폭이 45° 에서 67.5° 로 커지면 겹침이 $22.5^\circ (= 11.25^\circ \times 2)$ 이다: 반폭 합 $22.5 =$ 폭 22.5 의 겹침. (다) 동과 서는 정반대이므로 어떤 방식으로든 겹치지 않는다(8.6.4에서 涇水의 흐름 방향이 이 경우이다). 코드: calc-ch08.py 「상자 8-11」.

점의 좌표에서 방위각을 구하는 계산과 그 반대(방위·거리로 좌표 구하기)도 이 장 내내 쓴다.

수식 풀이 상자 8-12: 방위각·거리 ↔ 좌표 (atan2와 사인·코사인)

1. 식: 좌표 → 방위·거리: 거리 $d = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$, 방위 $\theta = N(\text{atan2}(dx, dy))$. 방위·거리 → 좌표: $dx = d \times \sin \theta$, $dy = d \times \cos \theta$. (dx = 기준 점에서 동쪽으로 간 크기, dy = 북쪽으로 간 크기)
2. 말로 풀기: $\text{atan2}(dx, dy)$ 는 "북(y축)에서 시계 방향으로 몇 도 돌아선 곳에 점이 있는가"를 계산기에 시키는 함수이다(많은 계산기에서 $\tan^{-1}(dx \div dy)$ 와 사분면 보정으로 대신한다). 거꾸로 방위와 거리가 주어지면 $\sin$ 으로 동서 크기, $\cos$ 로 남북 크기를 얻는다. 북 0° 에서 시작하므로 일반 수학책의 x 축 기준 각도와 사인·코사인이 뒤바뀐 것에 주의한다.
3. 숫자 대입: (가) $(dx, dy) = (30, 40)$; (나) $(dx, dy) = (-3, -4)$; (다) 방위 45° , 거리 826 km
4. 단계별 계산: (가) $d = \sqrt{(900 + 1600)} = \sqrt{2500} = 50$ km ; $\text{atan2}(30, 40) = 36.8699^\circ$. (나) $d = \sqrt{(9 + 16)} = 5$; $\text{atan2}(-3, -4) = -143.1301^\circ$, $N(-143.1301) = 216.8699^\circ$ (남서쪽). (다) $dx = 826 \times \sin 45^\circ = 826 \times 0.707107 = 584.07$; $dy = 826 \times \cos 45^\circ = 584.07$ km. 방위 315° 이면 $dx = -584.07$, $dy = +584.07$.
5. 확인: (가) 3-4-5 직각삼각형(피타고라스 수)을 10배한 것이므로 $d = 50$ 이 맞다. (나) 서남쪽($x < 0, y < 0$)의 방위가 $180^\circ \sim 270^\circ$ 사이이다. (다) 정동북 45° 이므로 $dx = dy$ 이다. 반올림은 소수 넷째 자리까지 계산하여 마지막에 소수 둘째(좌표)·넷째(각도) 자리로. 코드: `calc-ch08.py` 「상자 8-12」.

절 요약. 방위 구간은 "시작에서 시계 방향으로 폭만큼"으로 이해한다. 폭은 $\text{mod } 360$ 으로, 포함 판정은 $(b - \text{시작}) \text{ mod } 360 \leq \text{폭}$ 으로, 교집합은 한 구간을 기준으로 옮겨 두 판으로 비교한다. 이웃한 8방위는 선 하나에서만 닿으므로, 둘을 겹치려면 방위 폭을 넓히는 시나리오가 필요하다(8.6.3).

8.1.4 부채꼴 고리 영역과 그 넓이

왜 필요한가. 제약 하나가 만든 영역의 넓이는 "그 서술이 위치에 대해 아는 것의 양"이다. 넓이가 작을수록 많이 안다. 이 장의 모든 비교(제약을 더하면 얼마나 줄었는가, 기법거리 얼마나 다른가)는 넓이로 한다.

그림 8-2 EX-02 "나읍은 가읍의 동쪽 100리": 부채꼴 고리 (가상)

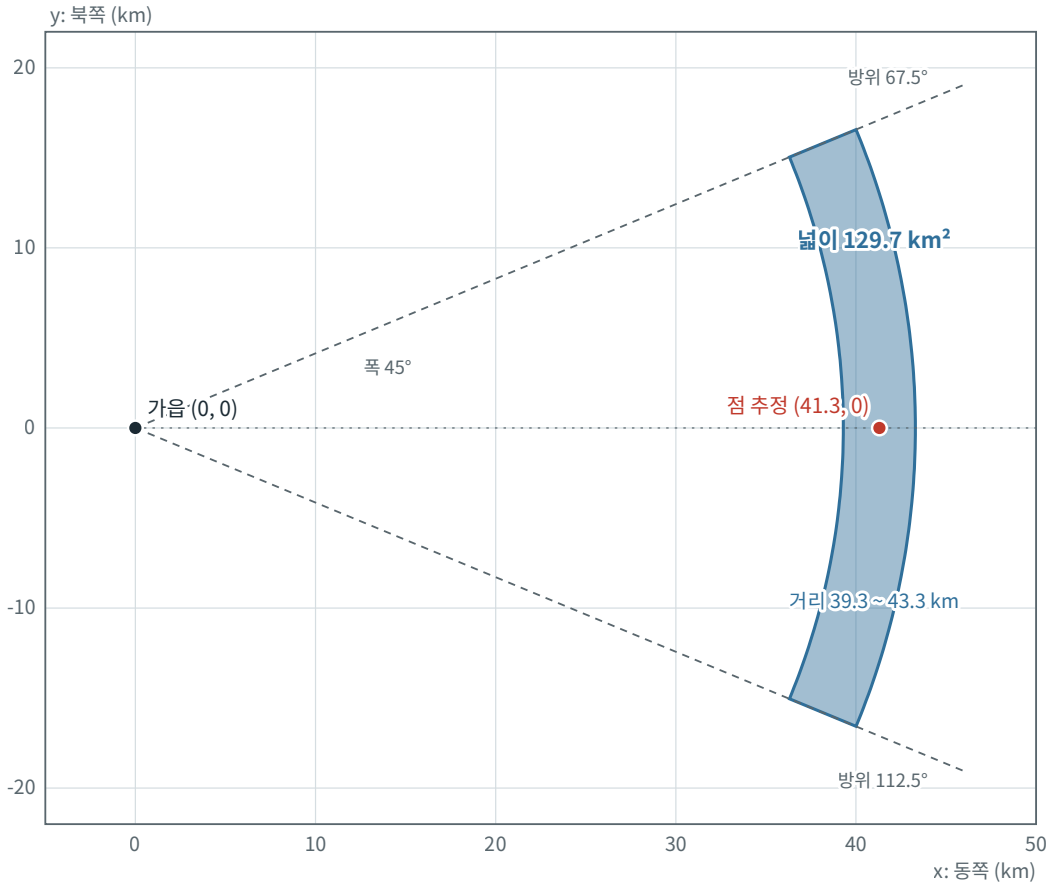


그림 8-2 EX-02 부채꼴 고리 (가상)

그림 8-2. 가읍(0, 0)을 기준으로 한 EX-02 "동쪽 100리" 영역: 방위 67.5°~112.5°, 거리 39.3~43.3 km. 넓이는 129.75 km²이다. 붉은 점은 점 추정 (정동, 단위 중앙값 0.413 → 41.3 km)이고, 영역의 한가운데 점일 뿐이다.

개념 설명. 부채꼴 고리의 넓이는 두 단계로 구한다. 반지름 d인 원의 넓이는 $\pi \times d^2$ 이다($\pi \approx 3.14159$). 부채꼴은 원의 일부분이어서 방위 폭 $\Delta\theta$ 가 한 바퀴 360° 가운데 차지하는 비율($\Delta\theta \div 360$)을 곱하면 된다. 고리는 바깥 부채꼴에서 안쪽 부채꼴을 뺀 것이다.

수식 풀이 상자 8-13: 부채꼴 고리의 넓이

1. 식: $A = (\Delta\theta \div 360) \times \pi \times (d_{hi}^2 - d_{lo}^2)$

2. **말로 풀기:** $\Delta\theta$ 는 방위 구간의 폭($^\circ$), $d_{hi} \cdot d_{lo}$ 는 바깥·안쪽 반지름 (km). $(d_{hi}^2 - d_{lo}^2)$ 에 π 를 곱한 것은 바깥 원에서 안쪽 원을 뺀 도넛의 넓이이고, $\Delta\theta \div 360$ 은 그 도넛에서 부채꼴 조각이 차지하는 몫(분수)이다. 단위는 $\text{km} \times \text{km} = \text{km}^2$.
3. **숫자 대입:** EX-02 "동쪽 100리". $d_{lo} = 100 \times 0.393 = 39.3 \text{ km}$, $d_{hi} = 100 \times 0.433 = 43.3 \text{ km}$, $\Delta\theta = 112.5 - 67.5 = 45^\circ$.
4. **단계별 계산:** $d_{hi}^2 = 43.3 \times 43.3 = 1874.89$; $d_{lo}^2 = 39.3 \times 39.3 = 1544.49$; 차 = $1874.89 - 1544.49 = 330.40$; $\Delta\theta \div 360 = 45 \div 360 = 0.125$; $\pi \times 330.40 = 1037.98$; $A = 0.125 \times 1037.98 = 129.7478 \approx 129.75 \text{ km}^2$ (소수 둘째 자리 반올림).
5. **확인:** 도넛 전체 1037.98 km^2 의 8분의 1이 129.75 이다($45^\circ = 360^\circ$ 의 8분의 1). 단순한 근사로 가운데 반지름 41.3 km 에서의 호 길이($41.3 \times 0.7854 = 32.44 \text{ km}$)에 두께 4.0 km 를 곱해도 129.8 km^2 로 거의 같다. 격자 방법(8.3)의 $12,975\text{칸} \times 0.01 \text{ km}^2 = 129.75 \text{ km}^2$ 와도 일치한다.
코드: calc-ch08.py 「상자 8-13」.

이 영역의 둘레 P는 다음 네 부분의 합이다. 바깥 호 $43.3 \times 0.7854 = 34.01 \text{ km}$, 안쪽 호 $39.3 \times 0.7854 = 30.87 \text{ km}$ (0.7854 는 45° 를 라디안으로 나타낸 값), 양쪽 직선 변 각각 4.0 km . 합계 $P = 72.87 \text{ km}$ (8.3에서 격자 오차의 상한을 구할 때 쓴다).

넓이는 거리의 제곱에 비례한다. 같은 방위 폭에서 거리가 10배가 되면 넓이는 100배이다. 앞의 高句麗 예(거리 [393, 433])의 넓이 $12,974.78 \text{ km}^2$ 는 EX-02의 129.7478 km^2 의 정확히 100배이다. 먼 곳의 서술은 같은 상대 오차(약 10%)에도 후보 영역이 훨씬 크다는 것을 기억해야 한다.

점이 영역 안에 있는지 판정하는 법은 방금까지 배운 도구를 순서대로 쓰는 것이다.

수식 풀이 상자 8-14: 점이 부채꼴 고리 안에 있는가

1. 식: (x, y) 가 영역 안 $\Leftrightarrow d_{lo} \leq d \leq d_{hi}$ 이고 $N(\theta - \theta_{lo}) \leq W$ ($d = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$, $\theta = N(\text{atan2}(dx, dy))$)
2. **말로 풀기:** 기준점에서 점까지 거리가 구간 안이고, 방위도 구간 안이면 영역 안이다. 두 조건이 모두 참이어야 한다(그래서 교집합).

3. **숫자 대입:** EX-02 영역(방위 [67.5, 112.5], 거리 [39.3, 43.3]). 시험할 점: (41.3, 0), (30, 0), (40, -20), (41, 15)
4. **단계별 계산:** (41.3, 0): $d = 41.3, \theta = 90^\circ \rightarrow 39.3 \leq 41.3 \leq 43.3$ 참, $N(90 - 67.5) = 22.5 \leq 45$ 참 $\rightarrow$ 안. (30, 0): $d = 30 < 39.3 \rightarrow$ 밖(너무 가깝다). (40, -20): $d = \sqrt{(1600 + 400)} = 44.72 > 43.3 \rightarrow$ 밖(너무 멀다)이며 $\theta = 116.57^\circ$ 도 112.5를 넘는다. (41, 15): $d = 43.66 > 43.3 \rightarrow$ 밖이고 $\theta = 69.9^\circ$ 는 방위 조건을 만족하지만 거리 조건에서 걸린다.
5. **확인:** 점 추정 (41.3, 0)은 당연히 영역 안이다. 마지막 점은 "방위는 맞는데 거리가 0.36 km 지나치다"의 예로, 한 조건만 맞아서 부족하다.
코드: calc-ch08.py 「상자 8-14」.

절 요약. 레코드 하나의 영역은 부채꼴 고리이고, 넓이는 $A = (\Delta\theta \div 360) \times \pi \times (d_{hi}^2 - d_{lo}^2)$ 이다. 점이 영역 안인지는 거리와 방위 두 조건으로 판정한다. 넓이는 거리의 제곱에 비례하여 불어난다.

8.1.5 정확한 넓이를 구하는 법: 띠 쌓기

왜 필요한가. 영역이 부채꼴 고리 하나일 때는 공식이 있지만, 제약 둘(고리와 반평면)이 겹친 영역은 모양이 복잡해서 공식이 없다. 격자 방법이 어느 정도 맞는지 확인할 "정답"이 필요하다. 가장 쉬운 정답 구하기가 **띠 쌓기**이다. 영역을 가로로 얇게 썬 띠로 나누어 띠의 넓이(가로 길이 $\times$ 두께)를 모두 더한다.

개념 설명. 높이 y 에서 영역의 가로 길이를 $L(y)$ 라 하자. EX-02 영역(동쪽 고리)에서는 다음과 같다.

- 바깥쪽 한계: 바깥 원 위의 점의 x 는 $x_{바깥} = \sqrt{(d_{hi}^2 - y^2)}$.
- 안쪽 한계는 둘 중 큰 쪽이다: 안쪽 원 $\sqrt{(d_{lo}^2 - y^2)}$, 방위 경계선 $|y| \div \tan 22.5^\circ$. (방위가 $\pm 22.5^\circ$ 안이어야 하므로 $x \geq |y| \div \tan 22.5^\circ$.)
- $L(y) = x_{바깥} - x_{안쪽}$ (음수이면 0).

띠의 두께를 h 라 하면 넓이 $\approx$ (모든 높이에서 $L(y) \times h$ 의 합). 두께를 얇게 할수록 정확해지고, 극한이 정확한 넓이이다(이것이 적분이다. 이 책에서는 "띠를 얇게 쌓는다"는 뜻으로만 쓴다).

수식 풀이 상자 8-15: 띠 쌓기로 넓이 구하기

1. 식: $A \approx \sum L(y_j) \times h$ (모든 띠 j 에 대해 합). $L(y) = \sqrt{(d_{hi}^2 - y^2) - \max(|y| \div \tan 22.5^\circ, \sqrt{(d_{lo}^2 - y^2)})}$ (괄호 안이 음수이면 0으로)
2. 말로 풀기: y_j 는 띠의 가운데 높이, h 는 띠 두께(km), L 은 그 높이에서 영역의 가로 길이(km)이다. $\sum$ 는 "모두 더한다"는 기호이다. $\tan 22.5^\circ = 0.414214$ 는 방위 경계선의 기울기(옆으로 1 가는 동안 위로 0.414 오른다)이다.
3. 숫자 대입: $d_{lo} = 39.3$, $d_{hi} = 43.3$. 높이별 L : $y = 0, 5, 10, 14, 16, 16.5$ km.
4. 단계별 계산: $y = 0$: $\sqrt{1874.89} = 43.300$, 안쪽은 $\max(0, 39.300) = 39.300 \rightarrow L = 4.000$. $y = 5$: $43.010 - \max(12.071, 38.981) = 4.030$ (소수 넷째 자리 값을 셋째 자리로 반올림). $y = 10$: $42.129 - \max(24.142, 38.006) = 4.123$. $y = 14$: $40.974 - \max(33.799, 36.722) = 4.252$. $y = 16$: $40.235 - \max(38.627, 35.896) = 1.608$. $y = 16.5$: $40.033 - \max(39.835, 35.668) = 0.198$. 굵은 띠 8개(두께 4 km, 가운데 높이 -14, -10, ..., 14)로 더하면 L 합 $\times 4 = 131.385 \rightarrow$ 약 131.4 km^2 . 띠를 가늘게: 두께 2.0 $\rightarrow 129.23$, 1.0 $\rightarrow 129.23$, 0.5 $\rightarrow 129.74$, 아주 가늘게(0.001 km 이하) $\rightarrow 129.7478 \text{ km}^2$.
5. 확인: 가늘게 쌓을수록 해석값 129.7478(상자 8-13)에 다가가는다. 굵은 띠(131.4)는 띠 가운데 높이의 L 하나로 띠 전체를 대신하므로, L 이 y 에 따라 꺾이는 곳($y \approx 15 \sim 16$ 부근, 방위 경계선이 안쪽 한계가 되어 L 이 갑자기 줄어드는 곳)에서 오차가 난다. 이 그림이 8.1.6의 반평면 교집합 계산에 그대로 쓰인다. 코드: calc-ch08.py 「상자 8-15」.

절 요약. 영역이 복잡해도 "얇게 썬 띠의 합"으로 정확한 넓이를 구할 수 있다. 이 값은 8.3의 격자 계산이 맞는지 판단하는 기준(정답표)이 된다.

8.1.6 해는 영역들의 교집합이다: 축소, 모순, 틈

왜 필요한가. 이 장의 중심 아이디어이다. 여러 레코드가 같은 지명을 가리키면 각각의 영역을 겹쳐 모두에 속하는 부분만 남긴다. 이것이 CSP의 해, 곧 실현 가능 영역이다. 영역이 어떻게 되었느냐가 곧 연구의 결과이다.

- 영역이 한 덩어리로 좁게 남으면 추정이 잘 된 것이다.

- 여러 덩어리로 남으면 후보가 여럿이다. 정상이며 여러 덩어리를 그대로 보고한다.
- 비어 있으면 제약 가운데 어딘가에 모순이 있다. 이 사실은 그 자체로 연구 결과이다.

그림 8-3 제약을 겹치면 영역이 줄어들고, 어긋나면 사라진다 (가상)

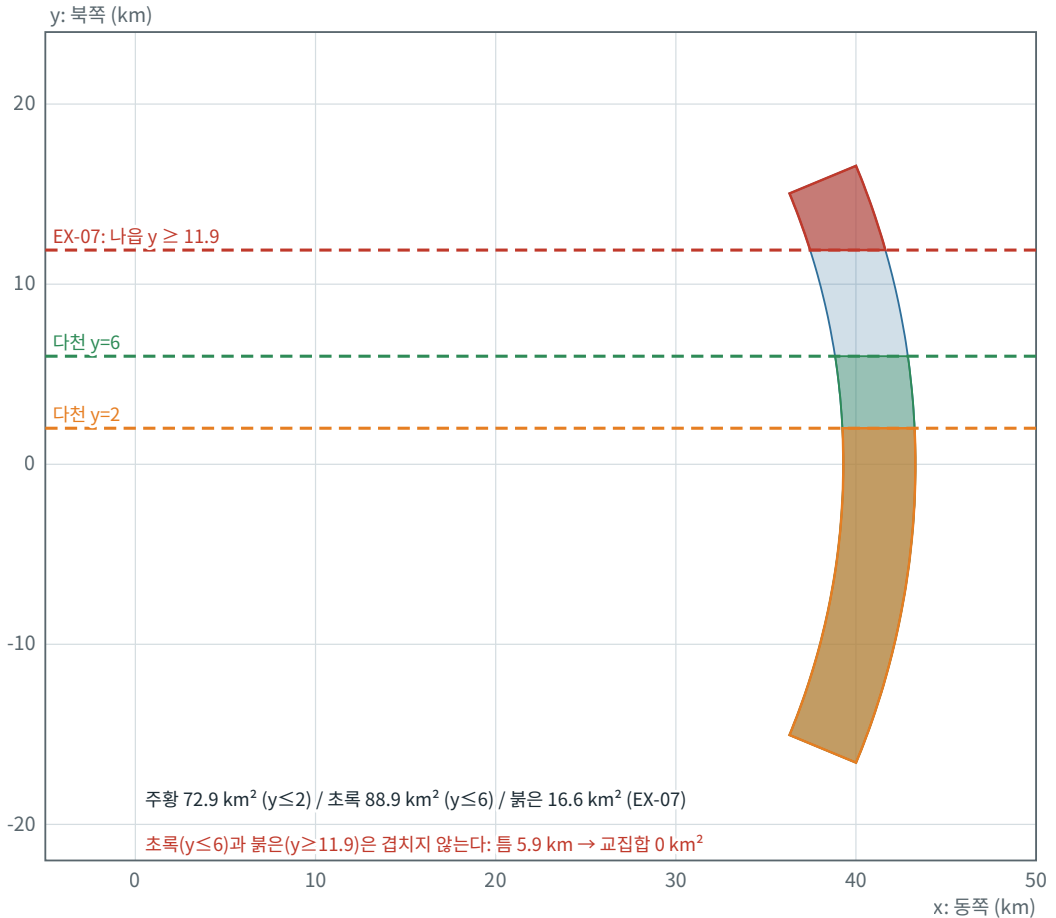


그림 8-3 제약을 겹치면 영역이 줄어들고, 어긋나면 사라진다 (가상)

그림 8-3. EX-02의 고리(연파랑)에 "다천 남쪽" 반평면을 겹치면 $y \leq 2$ (주황)일 때 72.9 km^2 , $y \leq 6$ (초록)일 때 88.9 km^2 로 줄어든다. EX-07 "다천을 건너는 곳에서 남쪽 30리"는 나읍의 y 를 11.9 이상으로 요구하는데(붉은색, 16.6 km^2), 초록과 겹치지 않는다. 가상 좌표.

반평면 교집합. 가상 예제 EX-02는 "나읍은 가을에서 동쪽 100리이며 다천의 남쪽에 있다"이다. 다천이 동서로 흐르는 직선이고 가을 기준 $y = 2 \text{ km}$ (또는 6 km)

라고 하면 나옴은 $y \leq 2$ (또는 ≤ 6)의 반평면에 있어야 한다. 방위·거리 고리와 이 반평면의 교집합을 띠 쌓기로 구하면, 높이 y 가 그 상한 이하인 띠들만 쌓는다.

수식 풀이 상자 8-16: 제약을 더했을 때의 축소 비율

1. 식: 축소 비율 $r = A_{\text{새}} \div A_{\text{이전}}$; 정보 이득(비트) = $\log_2(A_{\text{이전}} \div A_{\text{새}})$ ($\log_2$ 는 "2를 몇 번 곱해야 이 값이 되는가")
2. 말로 풀기: 제약을 하나 더했더니 영역이 원래의 몇 분의 몇으로 줄었는지가 r 이다. 영역이 정확히 절반이 되면 정보 1비트를 얻은 것이다($r = 0.5$, $\log_2 2 = 1$). 4분의 1이면 2비트이다.
3. 숫자 대입: 이전 영역 $A_{\text{이전}} = 129.7478$ (고리). 새 영역: $y \leq 2$ 일 때 72.877, $y \leq 6$ 일 때 88.959 (띠 적분, 아주 가는 띠).
4. 단계별 계산: $y \leq 2$: $r = 72.877 \div 129.7478 = 0.5617$;
 $\log_2(129.7478 \div 72.877) = \log_2(1.7804) = 0.832$. $y \leq 6$: $r = 88.959 \div 129.7478 = 0.6856$; $\log_2(1.4585) = 0.545$.
5. 확인: 다천이 가읍에 더 가까울수록($y = 2$) 제약이 강해 영역이 더 줄었다(56%에 비해 69%). 반평면이 영역의 윗부분만 잘라냈으니 줄어드는 폭이 절반 이하인 것도 상식에 맞다(고리의 y 범위 ± 16.57 가운데 높은 쪽 일부를 자름). 반올림은 소수 셋째 자리. 정밀값의 오차는 8.3의 격자 값(72.68, 88.76)과 비교한다. 코드: calc-ch08.py 「상자 8-16」.

[참고] cspgrid.py가 출력하는 73.1과 89.2는 위의 정밀값(72.88, 88.96)과 $0.2 \sim 0.3 \text{ km}^2$ 다르다. 이유는 8.3에서 설명한다(격자 경계 위의 칸을 포함하느냐에 따른 차이로, 간격 $h \times \text{변 길이} = 0.1 \times 4.0 = 0.4 \text{ km}^2$ 이내).

모순 판정: 구간 비교로 끝나는 경우. 가상 예제 EX-07은 "사나루는 다천을 건너는 곳이며 나옴에서 남쪽 30리"이다. 사나루가 다천 위에 있으려면 사나루의 y 는 $[1, 7] \text{ km}$ (다천 y 가 $2 \sim 6 \text{ km}$, 폭 여유 ± 1)이다. 나옴은 사나루의 북쪽 "남쪽 30리"만큼에 있으므로 나옴 $y = \text{사나루 } y + \text{내려간 크기}$ 이다. 상자 8-8에서 내려간 크기는 $[10.8925, 12.99] \text{ km}$ 이다.

수식 풀이 상자 8-17: 구간 전파와 모순 판정 (EX-07)

1. 식: (앞으로) $N_y = S_y + \text{하강}$; (뒤로) $S_y = N_y - \text{하강}$; (교집합)
 $N_y \leftarrow N_y \cap [\text{고리의 } y \text{ 범위}] \cap (-\infty, \text{다천 } y]$; 모순 $\Leftrightarrow$ 결과가 $\emptyset$;
 틈 = (필요한 하한) - (허용 상한)

2. **말로 풀기:** N_y 는 나읍의 남북 위치, S_y 는 사나루의 남북 위치, "하강"은 나읍에서 사나루까지 남쪽으로 내려간 크기이다. 사나루의 위치 구간에서 나읍의 위치 구간을 거꾸로 계산하고(앞으로 전파), 다시 나읍의 구간으로 사나루를 계산하고(뒤로 전파), 이를 더 줄어들지 않을 때까지 되풀이한다.
3. **숫자 대입:** $S_y \in [1, 7]$, 하강 $\in [10.8925, 12.99]$ (상자 8-8), 고리의 y 범위 $[-16.5702, +16.5702]$ (바깥 반지름 $43.3 \times \sin 22.5^\circ = 43.3 \times 0.382683$), EX-02 관계: $N_y \leq 6$.
4. **단계별 계산:** ① $N_y = [1, 7] + [10.8925, 12.99] = [11.8925, 19.99]$.
 ② 고리와 교집합: $[11.8925, 19.99] \cap [-16.5702, 16.5702] = [11.8925, 16.5702]$. ③ 뒤로 전파: $S_y = [11.8925, 16.5702] - [10.8925, 12.99] = [11.8925 - 12.99, 16.5702 - 10.8925] = [-1.0975, 5.6777]$, 이것을 $[1, 7]$ 과 교집합하면 $[1, 5.6777]$ 로 사나루의 범위가 오히려 줄었다. ④ EX-02의 관계 "다천 남쪽"($N_y \leq 6$)을 겹치면 $[11.8925, 16.5702] \cap (-\infty, 6]: \max(11.8925, -\infty) = 11.8925 > \min(16.5702, 6) = 6$ 이므로 $\emptyset$. 틈 = $11.8925 - 6 = 5.8925$ km.
5. **확인:** 대소 비교만으로 모순을 확인한다(계산기 없이 " $11.9 > 6$ "). 틈 5.89 km는 "서술이 요구하는 나읍의 위치와 허용되는 위치가 5.9 km 떨어져 있다"는 크기이며, 이 숫자 하나가 격자 계산 없이도 모순의 정도를 말해 준다. ②(고리와의 교집합)를 건너뛰고 $[11.8925, 19.99] \cap (-\infty, 6]$ 을 바로 비교해도 같은 결론($\emptyset$)이므로, 고리(방위·거리 제약)는 이 모순의 원인이 아니다(상자 8-18). 격자 확인: 고리 $\cap$ 사나루 요건 16.8 km^2 , 고리 $\cap$ 사나루 요건 $\cap y \leq 6$ 은 0.0 km^2 (cspgrid.py와 일치). 반올림은 소수 넷째 자리. 코드: calc-ch08.py 「상자 8-17~8-18」.

모순이 "서로 다른 제약 사이의 틈"이라는 관점은 8.5에서 최소 모순 집합으로 정리한다. 다만 틈의 크기는 어느 제약을 얼마나 흔들어야 모순이 사라지는지를 보여 주는 길잡이일 뿐, 어느 제약이 틀렸는지를 알려 주지는 않는다.

절 요약. 제약을 더할수록 영역은 줄어든다. 줄어든 비율은 정보 이득이다. 영역이 비면 구간 비교만으로도 모순과 그 틈의 크기를 알 수 있다.

8.1.7 전파와 분할·가지치기

제약 전파. 제약 A로 줄어든 변수의 범위를 제약 B에 넣으면 B가 더 줄이고, 그 결과를 다시 A에 넣는 방식으로 더 줄어들지 않을 때까지 반복한다. 상자 8-17의 ①~③이 전파 한 바퀴이다. 이 반복이 멈추면 각 변수의 범위는 "모든 제약과 모순되지 않는" 가장 좁은 범위(국소 무모순)에 이르지만, 그것이 반드시 해가 존재한다는 보장은 아니다. 전파가 끝난 뒤 범위가 비면 모순이 확실하고, 안 비어도 해가 있다고 단정할 수 없으므로 최종 판단은 영역 교집합으로 한다.

분할과 가지치기. 연속 영역을 정확히 구하기 어려우면 연구 지역을 상자로 나누어 각 상자를 판정한다. (가) 모든 제약을 확실히 만족, (나) 어떤 제약을 확실히 위반, (다) 판정 불가. (나)는 버리고, (가)는 해에 넣고, (다)는 4등분해 다시 판정한다. 판정에는 구간 산술이 그대로 쓰인다. 상자의 가로 범위 $[x_0, x_1]$, 세로 범위 $[y_0, y_1]$ 이면 거리 제곱은 $[x_0, x_1]$ 의 제곱 + $[y_0, y_1]$ 의 제곱 구간으로 계산한다. 이때 제곱은 의존성 문제를 피하기 위해 " $x \cdot x$ "가 아니라 "제곱 전용 규칙"으로 계산해야 한다(상자 8-7).

수식 풀이 상자 8-18: 최소 모순 집합 찾기 (제약 부분집합 검사)

1. **식:** 제약이 n 개이면 비어 있지 않은 부분집합은 $2^n - 1$ 개. 부분집합 S 에 대해 영역 $F(S) =$ 그 제약들의 교집합. $F(S) = \emptyset$ 인 가장 작은 S 가 최소 모순 집합이다.
2. **말로 풀기:** 제약을 몇 개씩 짝지어 겹쳐 보고 영역이 비는 가장 작은 묶음을 찾는다. 그 묶음은 "서로 양립할 수 없는 최소한의 서술 묶음"이므로 어긋남의 원인이다.
3. **숫자 대입:** EX-02·EX-07의 제약 셋. $C1 =$ EX-02 방위·거리 고리, $C2 =$ EX-02 관계 "다천 남쪽"($y \leq 6$), $C3 =$ EX-07 요건(나읍 $y \in [11.8925, 19.99]$). $n = 3$ 이므로 $2^3 - 1 = 7$ 개 부분집합.
4. **단계별 계산:** 작업 상자 $x, y \in [-50, 50]$ km, 격자 0.1 km로 센 넓이 — $\{C1\}$ 129.74 ; $\{C2\}$ 5605.6(작업 상자에 의존) ; $\{C3\}$ 810.81(작업 상자에 의존) ; $\{C1, C2\}$ 88.75 ; $\{C1, C3\}$ 16.81 ; $\{C2, C3\}$ 0.0 ; $\{C1, C2, C3\}$ 0.0.
5. **확인:** 비어 있는 부분집합은 $\{C2, C3\}$ 와 이를 포함한 $\{C1, C2, C3\}$ 뿐이다. $\{C2, C3\}$ 는 더 작은 부분($\{C2\}$, $\{C3\}$ 각각)이 비어 있지 않으므로 최소 모순 집합이다. 방위·거리 제약 $C1$ 은 원인이 아니다. 곧 "나읍은 다천의 남쪽에 있다"와 "나읍 남쪽 30리에 다천을 건너는 곳이 있다"가 어긋

난다(제6장이 본문에서 짚은 쌍과 같다). 계산 비용은 제약 수에 따라 2^n 으로 늘지만, 실제 사료는 한 지명에 걸린 제약이 몇 개 안 되어 충분히 실행 가능하다. 코드: 같은 곳.

수식 풀이 상자 8-19: 상자 판정과 분할·가지치기 (안쪽·바깥 경계)

1. **식:** 상자 $[x_0, x_1] \times [y_0, y_1]$ 의 거리 제곱 구간 $= X^2 + Y^2$ ($X^2 = [x_0, x_1]$ 의 제곱 구간, 0을 가로지르면 $[0, \max(x_0^2, x_1^2)]$). 판정: 거리 제곱 구간이 $[d_lo^2, d_hi^2]$ 안에 완전히 들고 방위 구간도 안에 완전히 들면 "안", 어느 한쪽이 완전히 벗어나면 "밖", 나머지는 "미결". 누적 안쪽 합 $\leq$ 참 넓이 $\leq$ 누적 안쪽 합 + 남은 미결 상자 넓이.
2. **말로 풀기:** 상자의 가장 가까운 점과 가장 먼 점까지의 거리로 "상자 전체가 도넛 안인가, 밖인가"를 한꺼번에 판정한다. 애매한 "미결" 상자만 네 조각으로 쪼개어 다시 본다. "안"으로 확정된 상자는 더 쪼개지 않고 넓이를 누적한다. 누적한 안쪽 넓이는 참 넓이의 아래 한계(보장)이고, 여기에 아직 남은 미결 상자의 넓이를 더하면 위 한계(보장)이다.
3. **숫자 대입:** EX-02 고리($d_lo = 39.3$, $d_hi = 43.3$, 방위 67.5~112.5). 처음 상자 $x \in [0, 48]$, $y \in [-24, 24]$. 제곱 구간 예: $x \in [-1, 2]$.
4. **단계별 계산:** 제곱: $x^2 = [0, 4]$ 인데 $x \cdot x = [-2, 4]$. 깊이별로 새로 확정된 안쪽 넓이, 누적 안쪽 합, 남은 미결 넓이, 위 한계(= 누적 안쪽 + 미결)는 다음과 같다(단위 km^2 , 소수 둘째 자리). 깊이 3(변 6 km): 새 안쪽 0, 누적 0.00, 미결 432.00, 위 한계 432.00. 깊이 4(변 3 km): 새 안쪽 18.00, 누적 18.00, 미결 252.00, 위 한계 270.00. 깊이 6(변 0.75 km): 새 안쪽 30.38, 누적 97.88, 미결 64.13, 위 한계 162.00. 깊이 8(변 0.1875 km): 새 안쪽 6.96, 누적 121.71, 미결 16.17, 위 한계 137.88. 깊이 10(변 0.0469 km): 새 안쪽 2.02, 누적 127.72, 미결 4.04, 위 한계 131.76.
5. **확인:** 깊이 10에서 $127.72 \leq 129.75 \leq 131.76$ 이다. 정답(해석값 129.7478)이 두 한계 사이에 있고, 쪼갤수록 폭($131.76 - 127.72 = 4.04$)이 반 이하로 줄어든다(그림 8-4 오른쪽). 격자 방법과 달리 "참값이 이 구간 안에 있다"는 보장이 따라온다. 대신 상자 수가 늘어난다(깊이 10에서 안 918개 + 미결 1,840개). 코드: calc-ch08.py 「상자 8-19」 와 「보충4」 .

절 요약. 전파는 구간을 서로 줄여 주고, 분할·가지치기는 상자 판정으로 영역의 안쪽·바깥 경계를 보장한다. 최소 모순 집합은 제약 부분집합을 하나씩 겹쳐 보고 비어 있는 가장 작은 묶음을 찾는 것이다.

8.1.8 해의 크기를 말하는 법

영역이 정해지면 크기를 몇 가지 숫자로 보고한다. 넓이 하나로는 영역이 가늘고 긴지 둥근지를 알 수 없으므로 길이 지표도 함께 쓴다.

수식 풀이 상자 8-20: 등가 반지름과 무게중심

1. **식:** 등가 반지름 $r_{eq} = \sqrt{(A \div \pi)}$. 부채꼴 고리의 무게중심까지의 거리 $c = (2/3) \times (\sin \alpha \div \alpha) \times (d_{hi}^3 - d_{lo}^3) \div (d_{hi}^2 - d_{lo}^2)$ (α = 반폭의 라디안, 방위 구간 중앙 방향으로 c만큼).
2. **말로 풀기:** r_{eq} 는 같은 넓이를 가진 원의 반지름으로, "영역이 대충 몇 km 안팎의 크기인가"를 말해 준다. 무게중심은 영역을 얇은 판으로 보았을 때 균형이 잡히는 점이다. 반폭 $\alpha = 22.5^\circ = 0.392699$ 라디안(라디안 = 각도 $\times \pi \div 180$).
3. **숫자 대입:** EX-02: $A = 129.7478$, $d_{hi} = 43.3$, $d_{lo} = 39.3$, $\alpha = 0.392699$. $y \leq 2$ 영역: $A = 72.877$.
4. **단계별 계산:** $r_{eq} = \sqrt{(129.7478 \div 3.14159)} = \sqrt{41.30} = 6.43$ km. 무게중심: $\sin \alpha = 0.382683$, $\sin \alpha \div \alpha = 0.974495$; $d_{hi}^3 - d_{lo}^3 = 81,182.74 - 60,698.46 = 20,484.28$; $d_{hi}^2 - d_{lo}^2 = 330.40$; $(2/3) \times 0.974495 \times (20484.28 \div 330.40) = (2/3) \times 0.974495 \times 61.998 = 40.28$ km. $y \leq 2$ 영역: $r_{eq} = \sqrt{(72.877 \div 3.14159)} = 4.82$ km, 격자로 구한 무게중심 (40.38, -7.04).
5. **확인:** 무게중심 40.28 km는 고리의 중간 거리 41.3보다 약간 안쪽이다 (부채꼴은 안쪽 호가 더 짧아서 바깥 호만큼 무게가 없다는 직관과 같다). 격자 값(40.28, -0.00)과 일치한다. 점 추정 (41.3, 0)과 $y \leq 2$ 영역의 무게중심 (40.4, -7.0) 사이는 7.1 km 떨어져 있다. 제약을 더하면 "중심"이 그만큼 움직인다는 뜻이며, 점 추정이 영역의 다른 부분을 대표한다는 뜻은 아니다. 지름(가장 먼 두 점 사이)은 고리의 양 끝 모서리 사이 약 33.1 km이다. 코드: calc-ch08.py 「상자 8-20」.

절 요약. 해의 크기는 넓이, 덩어리 수, 등가 반지름, 지름, 무게중심으로 보고한다. 점 하나(중앙값)로는 보고하지 않는다.

8.2 선행연구

이 절에서는 선행연구가 어떤 방법을 다루는지를 개념 수준에서 정리한다. 개별 논문은 서지(저자·연도·제목·학술지·DOI)를 직접 확인한 뒤에만 인용하며, 현재 이 초안에서는 인용하지 않는다. **서지 확인 필요.**

- **구간 해석(interval analysis)**은 계산 결과의 오차를 "참값이 반드시 이 구간 안에 있다"는 보장으로 다루는 수학 분야로, 구간 산술과 구간 상자를 써서 제약 만족 문제와 집합 역상 문제(결과가 주어진 영역에 드는 입력의 집합 구하기)를 푸는 알고리즘이 정립되어 있다. 대표 저서가 있는 것으로 알려져 있으나 서지 확인 전이다(**서지 확인 필요**, 등급 미정).
- **제약 만족 문제 일반론**에는 변수·정의역·제약의 틀, 무모순 알고리즘(전파), 탐색 기법(분할·가지치기), 최소 모순 집합 추출이 있다. 이 장의 8.1.7은 그 개념만 가져온 것이다(**서지 확인 필요**).
- **정성적 공간 추론**: 지리학과 역사지리 쪽에서는 기록의 공간 서술을 정성적 공간 관계(방위, 위상, 거리 구간)로 표현해 추론하는 연구가 있다(**서지 확인 필요**).

수집 중인 선행연구 목록(태그 T1)에서 이 세 갈래의 대표 문헌이 서지 확인되면 등급(A: 동료심사를 거친 정량 방법 연구)을 표시해 이 절을 채운다. 동아시아 고전 지명에 이 기법을 쓴 앞선 사례는 현재 서지 확인된 것이 없다.

8.3 알고리즘과 구현: 구간 전파와 영역 교집합

알고리즘 (격자 교집합)

1. 연구 지역을 간격 h 의 격자로 나눈다(예: 0.1 km).
2. 레코드마다 만족 조건에 해당하는 칸 집합 R_i 를 만든다(각 칸의 중심 또는 모서리 점이 8.1.4의 두 조건을 만족하는가).
3. 실현 가능 영역 $F = R_1 \cap R_2 \cap \dots \cap R_m$ 을 구한다(칸마다 "모든 조건이 참인가").
4. F 의 칸 수 $\times h^2$ 로 넓이를 구하고, F 가 비면 모순 보고, 여러 덩어리면 덩어리별로 보고한다.
5. 모순이면 제약을 하나씩 빼 보며 "어느 제약을 빼면 F 가 생기는가"를 찾는다(최소 모순 집합 탐색, 상자 8-18).

구현

프로젝트의 `scripts/cspgrid.py`는 위 알고리즘을 약 50줄로 구현한 것이다. 핵심 함수는 부채꼴 고리를 만드는 `ring()`이다.

```
def ring(cx, cy, lo_b, hi_b, dlo, dhi):
    dx, dy = X - cx, Y - cy
    d = np.hypot(dx, dy)
    return in_bearing(dx, dy, lo_b, hi_b) & (d >= dlo) & (d <=
dhi)
```

X, Y는 격자 좌표이고, `in_bearing`은 순환 구간을 처리하는 방위 판정 함수이다 (상자 8-10의 판정을 두 갈래 비교로 쓴 것). 반환값은 참/거짓 격자이고, 격자끼리 &로 겹치면 교집합이다. 이 코드와 위 예제는 누구나 같은 결과를 다시 얻을 수 있다. 이 장의 모든 계산은 `scripts/calc-ch08.py`에서 다시 돌릴 수 있다(`python3 -I scripts/calc-ch08.py`).

격자 해상도가 넓이에 미치는 영향

왜 중요한가. 격자는 영역의 경계를 "칸 단위로 뭉뚱하게" 본다. h 를 너무 크게 잡으면 결과가 틀리고, 너무 작게 잡으면 계산이 느려진다. 그러면 h 를 얼마로 잡아야 하는가를 숫자로 답해 두자. 아래는 EX-02 영역(해석 넓이 129.7478 km^2)을 간격 h 를 바꿔 가며 격자로 센 결과이다. 격자 점 방식(칸의 모서리 점이 조건을 만족하는지)과 칸 중심 방식 두 가지를 보였다.

표 8-4. 격자 간격 h 에 따른 EX-02 넓이 (해석값 129.7478 km^2)

표 8-5 격자 해상도가 넓이에 미치는 영향

h (km)	칸 수(점 방 식)	넓이(점 방 식)	오차 (점)	오차율	넓이(중심 방 식)	오차(중 심)	최악 상한 $\sqrt{2 \cdot P \cdot h}$
5.0	6	150.00	+20.25	+15.6%	125.00	-4.75	515.30
2.0	32	128.00	-1.75	-1.3%	136.00	+6.25	206.12
1.0	130	130.00	+0.25	+0.2%	126.00	-3.75	103.06
0.5	520	130.00	+0.25	+0.2%	129.50	-0.25	51.53
0.2	3,240	129.60	-0.15	-0.1%	129.76	+0.01	20.61
0.1	12,975	129.75	+0.002	0.002%	129.80	+0.05	10.31
0.05	51,905	129.76	+0.015	0.011%	129.73	-0.018	5.15
0.02	324,384	129.75	+0.006	0.004%	129.75	+0.0002	2.06
0.01	1,297,484	129.75	+0.000 6	0.0005 %	129.75	-0.001	1.03

그림 8-4 격자 간격 h와 넓이 오차 / 분할·가지치기의 안팎 경계

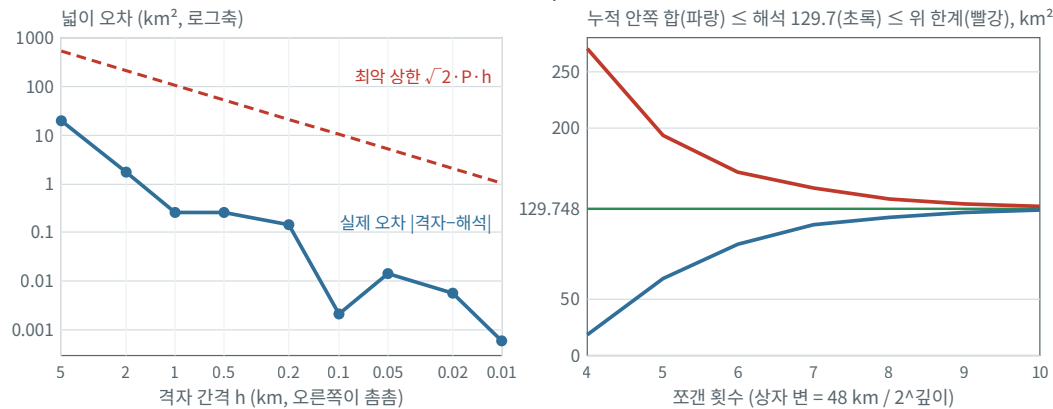


그림 8-4 격자 간격 h와 넓이 오차 / 분할·가지치기의 안팎 경계

그림 8-4. 왼쪽: 격자 간격 h에 따른 실제 오차(파랑)와 최악 상한(빨강 점선), 두 축 모두 로그 눈금. 오른쪽: 분할·가지치기에서 안쪽 합(파랑)과 위 한계(빨강)가 해석값 129.75(초록)에 다가가는 모습(깊이별 값은 상자 8-19).

표를 읽는 법은 다음과 같다. 첫째, h = 5 km에서는 칸이 6개뿐이라 넓이가 15.6% 틀린다. 영역의 두께(4.0 km)보다 칸이 크기 때문이다. 둘째, 오차는 h가 줄어도 단조롭게 줄지 않고 들쭉날쭉하다(h = 2.0의 -1.75, h = 1.0의 +0.25, h = 0.05의 +0.015). 칸이 경계에 걸치는 우연이 섞이기 때문이다. 셋째, 같은 h = 1.0

이라도 격자의 시작점을 조금 옮기면 넓이가 130, 130, 126, 129, 132로 달라지고, $h = 5.0$ 에서는 150, 125, 125, 100, 150으로 흔들린다(calc-ch08.py 「상자 8-21」). 이 흔들림은 오차의 "크기"를 직접 보여 준다. 넷째, 점 방식에서는 $h \leq 0.1$ 에서 오차가 0.02 km^2 이하(0.01% 수준)로 충분히 작다.

수식 풀이 상자 8-21: 격자 칸 수 $\rightarrow$ 넓이, 오차의 최악 상한

1. 식: $A_{\text{격자}} = N \times h^2$ (N 은 조건을 만족한 칸 수). 최악 오차 상한: $|A_{\text{격자}} - A_{\text{참}}| \leq \sqrt{2} \times P \times h$ (P 는 영역의 둘레).
2. 말로 풀기: 칸 하나의 넓이는 $h \times h$ 이고, 그런 칸이 N 개 모였다. 칸이 "참 영역의 경계에 걸치는" 것이 오차의 원인인데, 경계에서 칸 대각선의 절반($h \div \sqrt{2}$)보다 멀리 떨어진 칸은 틀리게 판정될 일이 없다. 그러므로 틀릴 수 있는 칸은 둘레 P 를 따라 폭 $\sqrt{2} \cdot h$ 의 띠 안에 있고, 그 띠의 넓이는 $\sqrt{2} \times P \times h$ 이다. 실제 오차는 경계를 지나는 칸의 양쪽 어긋남이 서로 상쇄되므로 이보다 훨씬 작다.
3. 숫자 대입: EX-02, $h = 0.1$, $N = 12,975$, $P = 72.87 \text{ km}$ (8.1.4).
4. 단계별 계산: $A_{\text{격자}} = 12975 \times 0.1 \times 0.1 = 129.75$; 최악 상한 = $1.41421 \times 72.87 \times 0.1 = 10.31$; 실제 오차 = $129.75 - 129.7478 = +0.002$ (표 8-4).
5. 확인: 실제 오차(0.002)는 최악 상한(10.31)의 5천 분의 1이다. 상한은 "절대 이보다 크지는 않다"는 보장일 뿐 정밀도의 지표가 아니다. h 를 10분의 1로 줄이면 최악 상한도 10분의 1로 준다(표 8-4의 마지막 열). 영역의 한 변(4.0 km 두께)보다 h 가 충분히 작아야 한다는 경험 규칙 (h 는 영역 폭의 $1/20$ 이하, 곧 0.2 km 이하)을 표 8-4가 뒷받침한다. 코드: calc-ch08.py 「상자 8-21」.

cspgrid.py의 73.1과 정밀값 72.88은 왜 다른가. cspgrid.py의 격자는

`np.arange(-120, 120+0.1, 0.1)`로 만들어서 $y = 2.0$ 근처 점이

$1.999999999993(2.0 \text{ 이하})$ 이어서 조건 $y \leq 2.0$ 을 통과한다. 이 격자에서 $y = 2.0$ 인 한 줄이 포함되고, 그 줄의 길이(영역의 가로 길이 약 4 km) $\times h = 0.4 \text{ km}^2$ 만큼 넓이가 더해진다. 같은 계산을 다른 범위로 시작한 격자에서는 그 점이 2.000000000000284 가 되어 줄이 빠지고 72.68 이 나온다. 정밀값 72.88 은 그 둘의 가운데이다. 곧 격자 넓이의 오차는 "경계 위에 놓인 줄을 포함하느냐"만으로 $h \times$ (경계 길이)만큼 달라질 수 있다. 이 이유로 이 책에서는 "격자 넓이 $\pm h \times$

P"를 보고 오차로 쓴다. 이 값들은 가상 예제의 숫자이며, 어느 쪽이든 결론(영역이 56~57%로 줄어든다)은 바뀌지 않는다.

절 요약. 격자 넓이는 칸 수에 h^2 를 곱한 값이고, 오차는 경계 길이 $\times h$ 에 비례한다. 영역의 가장 좁은 폭의 1/20 이하로 h 를 잡으면 오차율이 1% 아래로 내려가며 (표 8-4), 최종 결과는 격자 오차가 아니라 사료 입력의 불확실성이 지배한다.

8.4 동아시아 적용 시 주의점

1. **좌표계와 평면 근사.** 연구 지역이 넓으면 평면 근사가 틀린다. 아래 상자가 이 오차의 크기를 구한다.
2. **방위 해석:** 방위를 구간으로 두고, 폭을 민감도 분석에 포함한다(제7장). 8 방위나 16방위나에 따라 이웃 서술의 교집합이 달라진다(8.6.3).
3. **단위:** 거리 구간을 킬로미터로 옮기는 환산 구간과 그 근거 등급을 결과에 함께 적는다.
4. **관계 서술:** "강의 남쪽", "산 아래" 같은 관계는 하도·산맥의 위치 불확실성을 띠로 반영한다. 현재 지형 자료에 이동 폭을 붙이는 방식은 제7장을 따른다. 산이 행정 경계로 쓰인 사례로 [T-SG30-10] 三國志 卷30 濊의 "自單單大山領以西屬樂浪, 自領以東七縣, 都尉主之"가 있다. 번역: "單單大山的領(고개·산등성이) 서쪽은 樂浪에 속하고, 領 동쪽의 일곱 縣은 都尉가 주관한다." 여기서 산줄기는 반평면 제약의 경계선이 되는데, 이 산줄기를 어디에 둘지는 비정이 먼저 필요해 이 책은 입력을 확정하지 않는다.
5. **열린 구간:** "~보다 멀다"처럼 한쪽이 열린 서술이 있다. [T-SG30-09] 三國志 卷30 挹婁는 "挹婁在夫餘東北千餘里, 濱大海, 南與北沃沮接, 未知其北所極。"(번역: "挹婁는 夫餘의 동북쪽 천여 리에 있고 큰 바다에 닿아 있으며 남쪽은 北沃沮와 접한다. 그 북쪽의 끝은 알지 못한다.")이다. 千餘里를 "1,000리 이상"으로 읽어 하한만 두면 영역의 크기는 정의역을 어디서 자르느냐에 달려 있다. 가상 환산 구간으로 하한 393 km인 45° 부채꼴을 반지름 900, 1,200, 1,800 km로 자르면 넓이가 257,434, 504,835, 1,211,693 km²로 달라진다(calc-ch08.py 「보충2」). 열린 제약은 영역의 크기가 아니라 방향만 준다고 보고하고, 정의역의 선택을 보고서에 적는다.
6. **시기:** 지명의 사용 시기를 구분하여 시기가 다른 제약을 한 문제에 섞지 않는다(제13장).
7. **등급:** 가설 등급의 위치는 제약으로 넣지 않는다.

8. **앵커 적합성:** 위치가 고정되지 않는 지명(유목 국가의 거점 등)은 기준점이 나 확정 앵커로 쓰지 않는다. 판정 기준은 8.6.6에 둔다.

평면 근사 오차. 이 장의 부채꼴 영역은 평면 위에서 계산했다. 수백 km 이상의 거리에서는 지구가 둥글다는 사실이 넓이와 방위에 영향을 준다. 기준점에서 거리 d 이내의 영역이라면 구면 위 부채꼴 고리의 넓이는 $R^2 \times \Delta\theta$ (라디안) $\times$ $(\cos(d_{lo} \div R) - \cos(d_{hi} \div R))$ 이다(R = 지구 반지름 6,371 km).

수식 풀이 상자 8-22: 평면 근사와 구면 넓이의 차이

1. 식: $A_{\text{구면}} = R^2 \times \Delta\theta(\text{라디안}) \times [\cos(d_{lo} \div R) - \cos(d_{hi} \div R)]$; $A_{\text{평면}} = (\Delta\theta \div 360) \times \pi \times (d_{hi}^2 - d_{lo}^2)$
2. 말로 풀기: 두 식은 d 가 R 보다 훨씬 작을 때 거의 같다($\cos x \approx 1 - x^2 \div 2$ 이므로 두 $\cos$ 의 차가 $(d_{hi}^2 - d_{lo}^2) \div (2R^2)$ 로 단순해져 평면 식과 같아진다). 거리가 R 의 몇 %에 이르면 평면이 조금 크게 나온다.
3. 숫자 대입: (가) 가상 EX-02($d \in [39.3, 43.3]$, $\Delta\theta = 45^\circ = 0.785398$ 라디안). (나) 가상 거리 [300, 400] km. (다) 8.6.3의 烏孫(可 $\pm 10\%$, $d \in [707.4, 952.6]$ km).
4. 단계별 계산: (다): $d_{lo} \div R = 707.4 \div 6371 = 0.111034$; $d_{hi} \div R = 952.6 \div 6371 = 0.149521$; $\cos(0.111034) = 0.99384201$; $\cos(0.149521) = 0.98884251$; 차 = 0.00499951 ; $R^2 = 40,589,641$; $A_{\text{구면}} = 40589641 \times 0.785398 \times 0.00499951 = 159,379 \text{ km}^2$; $A_{\text{평면}} = 0.125 \times 3.14159 \times (952.6^2 - 707.4^2) = 159,841 \text{ km}^2$; 상대 차이 = $(159841 \div 159379) - 1 = +0.29\%$. (가) 평면 129.75, 구면 129.75(차이 0.0007%). (나) 평면 27,488.94, 구면 27,474.83(+0.051%).
5. 확인: 근사 공식 "상대 차이 $\approx (a^2 + b^2) \div 12$ "($a = d_{lo} \div R$, $b = d_{hi} \div R$)로 (다)를 검산하면 $(0.012328 + 0.022357) \div 12 = 0.00289 = 0.29\%$ 로 맞는다. 곧 "수백 km 규모에서는 평면 넓이가 0.05~0.3% 크다"이고, 사료의 거리 불확실성(수십 %)보다 두 자릿수 작아 넓이로는 무시할 수 있다. 그러나 방위는 다르다(아래). 반올림은 위 숫자 그대로. 코드: calc-ch08.py 「상자 8-22~8-23」.

넓이는 평면 근사로 충분해도 경도를 평면 x 로 바꾸는 일은 따로 점검해야 한다. 위도가 높을수록 경도 1° 의 길이가 짧아지기 때문이다.

제2권 기법편 · 제8~16장

고전의 지명을 좌표로 옮기다

동아시아 고전 지명의 계량적 위치 추정

제약 만족과 구간 연산, 기하 보간, 베イズ와 몬테카를로, 최소비용 경로, 그래프 이론, 시공간 지명 정합, 언어학적 추정, 다원 교차 검증. 여덟 가지 방법의 원리와 선행연구, 실패 사례를 실제 사료로 계산해 보이고, 하나의 지명을 여덟 기법으로 추정해 강점과 약점을 같은 기준으로 비교한다.

이 책이 중요한 다섯 가지 이유

- 말로 하던 비정을 다시 계산할 수 있는 절차로 바꾼다
- 점이 아니라 범위와 확신 등급으로 말하고, 모순은 지우지 않는다
- 여덟 가지 방법을 같은 기준으로 비교한다
- 다른 지역·다른 문헌권으로 그대로 옮길 수 있다 (역사학·인류학·고고학 연구에 응용)
- 문헌·고고·지형·언어 자료를 하나의 공간 위에서 만나게 한다

세 권의 구성



제1권 기초편(제1~7장)

— 좌표·거리·방위·오차의 기초 개념과 자료 읽는 법



제2권 기법편(제8~16장)

— 여덟 가지 추정 기법을 쉬운 숫자로 손계산하며 익힘



제3권 적용편(제17~24장)

— 한반도·요하·산둥·서역 등 실제 지역에 적용하고 재현

ISBN 바코드
(발급 후 삽입)

정가 (ISBN 신청 정가 기재)

이어서 읽으시려면

고전의 지명을 좌표로 옮기다 제2권 기법편 — 전체 498쪽

ssbook.kr/book/geonames-2

판매가 **14,400원** (POD-정가 24,000원)

- 전 페이지 컬러 PDF · 개인 영구 소장
- 카드 결제 즉시 내 서재에서 내려받기
- 공개 배포 · 재판매 금지

발간 도서 목록

다음 쪽부터 과학과영성출판사가 발간한 책 전체 목록(표지 · 가격 · 특징)을 안내합니다.

총 69종 · 판매가는 POD 정가의 60% · 컬러 PDF · 개인 영구 소장

인삼 (6)



만병통치 인삼의 신경내분비시스템

하나의 인삼뿌리는 어떻게 온몸의 스위치를 건드리는가

17,000원 → **10,200원**

ssbook.kr/book/ginseng-neuroendo

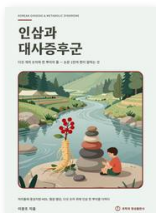


인삼과 당뇨

공복혈당·당화혈색소·합병증을 개선하는 인삼

17,000원 → **10,200원**

ssbook.kr/book/ginseng-diabetes



인삼과 대사증후군

허리둘레·중성지방·HDL·혈압·혈당을 개선하는 인삼치유의 과학적 원리

16,000원 → **10,800원**

ssbook.kr/book/ginseng-metabolic



인삼과 아토피

금산 아토피 마을에서 어린이 임상시험 설계까지

17,000원 → **10,200원**

ssbook.kr/book/ginseng-atopy



인삼과 암치유

실험실에서 진료실까지, 1,300편의 논문이 말하는 것

16,500원 → **11,100원**

ssbook.kr/book/ginseng-cancer



인삼의 임상연구

최신연구와 방법론

16,000원 → **10,800원**

ssbook.kr/book/ginseng-clinical

오토파지 (2)



스스로를 먹는 몸

오토파지, 자가포식, 세포가 자기를 고쳐 쓰는 법

16,000원 → **10,800원**

ssbook.kr/book/eating-self



오토파지와 암

세포는 스스로를 먹는다

17,000원 → **10,200원**

ssbook.kr/book/autophagy-cancer

식물성 저탄고지 (11)



뇌신경 4+2축과 성격유형 그리고 식물성 저탄고지

도파민 · 세로토닌 · 노르에피네프린 · 아세틸콜린 + 글루타메이트 · 가바

20,000원 → **12,000원**

ssbook.kr/book/brain-axes



당뇨를 개선하는 식물성 저탄고지

혈당·당화혈색소·체중을 함께 관리하는 식물성 케톤식 가이드

17,000원 → **10,200원**

ssbook.kr/book/pkd-diabetes



고혈압을 개선하는 식물성 저탄고지
혈압·체중·혈관 건강을 함께 관리하는 식물성 케톤식 가이드

17,000원 → **10,200원**
ssbook.kr/book/pkd-hypertension



비만을 개선하는 식물성 저탄고지
체중·허리둘레·체지방을 함께 관리하는 식물성 케톤식 가이드

17,000원 → **10,200원**
ssbook.kr/book/pkd-obesity



뇌전증을 개선하는 식물성 저탄고지
뇌전증 환자와 보호자를 위한 논문 근거 기반 식물성 저탄고지 식단

23,000원 → **13,800원**
ssbook.kr/book/pkd-epilepsy



우울증을 개선하는 식물성 저탄고지
소화관과 장·뇌 축, 에너지 대사를 살피는 식물성 케톤식의 원리와 실천

17,000원 → **10,200원**
ssbook.kr/book/pkd-depression



자폐를 개선하는 식물성 저탄고지
일곱 갈래 기전이 한 점에서 만난다

23,000원 → **13,800원**
ssbook.kr/book/pkd-autism



아토피를 개선하는 식물성 저탄고지
피부 장벽과 면역, 장 건강을 살피는 식물성 케톤식의 원리와 실천

19,000원 → **11,400원**
ssbook.kr/book/pkd-atopy



치매를 개선하는 식물성 저탄고지
뇌 에너지 대사와 인슐린 신호, 혈관 건강을 살피는 식물성 케톤식의 원리와 실천

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/pkd-dementia



암을 개선하는 식물성 저탄고지
치료 중 체중 유지와 근육 보존, 영양 상태를 함께 살피는 식물성 케톤식 가이드

17,000원 → **10,200원**
ssbook.kr/book/pkd-cancer



관절염을 개선하는 식물성 저탄고지
염증 신호와 체중 부하, 대사 건강을 살피는 식물성 케톤식의 원리와 실천

17,000원 → **10,200원**
ssbook.kr/book/pkd-arthritis

단식 (1)



40일간 굶는 몸의 시간표

카힐의 40일 연구, 혈당과 케톤과 자가포식을 중심으로

18,000원 → **10,800원**
ssbook.kr/book/fasting-40days

생물리학 (4)



발끝의 강

피의 흐름에서 발바닥까지, 땅과 몸 사이에서 확인된 것과 아직 모르는 것

18,000원 → **10,800원**
ssbook.kr/book/river-toes



보이지 않는 99%, 부항 자국 아래에서 벌어지는 일

부항과 미세혈관에 대한 열다섯 번의 강의

17,000원 → **10,200원**
ssbook.kr/book/cupping99



세 겹의 뇌, 눈 위의 지휘자

매클린의 삼위일체 뇌와 안와전두엽 이야기

18,000원 → **10,800원**
ssbook.kr/book/triune-brain



광유전

빛으로 세포를 제어하는 기술 — 원리 · 실험 · 회로 · 치료

42,000원 → **25,200원**
ssbook.kr/book/optogenetics

독립영양인간 (2)



이암블리코스의 피타고라스적 삶에 관하여

그리스어 원전 완역 · 테일러 판 전편 수록

18,000원 → **10,800원**
ssbook.kr/book/iamblichus



홍산문화의 수행상에서 한국 선도까지

요하의 휴인형 · 우하량의 여신 · 혜명경 · 태을금 화종지 다섯 갈래를 한자리에 놓다

26,000원 → **15,600원**
ssbook.kr/book/hongsan

중고등학교 교재 (30)



대입 과학논술 01 — 유전 암호·전사·번역

대학 기출로 완성하는 분자생물학의 중심원리

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-01



대입 과학논술 03 — 멘델 유전·감수분열·가계도

분리·독립 × 감수 분열 × 확률의 곱 — 기출 22문항으로 읽는 유전

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-03



대입 과학논술 05 — 재조합 DNA·생명공학

제한 효소의 인식·절단 × 조각 길이로 위치 추론 × 재조합·판별 실험 설계

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-05



대입 과학논술 07 — 세포막·소기관·물질수송

인지질의 벽과 단백질의 문 — 물질은 기울기를 따라 흐른다

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-07



대입 과학논술 08 — 호르몬·항상성·배설

감지하고, 신호를 보내고, 되돌린다 — 혈당에서 콩팥까지 항상성

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-08



대입 과학논술 09 — 면역·백신

몸은 기억한다 — 염증 반응에서 백신과 집단 면역까지

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-09



대입 과학논술 10 — 세포호흡·광합성·에너지 대사

포도당 한 분자의 ATP 장부 — 미토콘드리아와 엽록체

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-10



대입 과학논술 11 — 신경계·활동 전위 펄프가 기울기를 만들고, 통로가 열리고 닫히며 신호가 생긴다

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-11



대입 과학논술 12 — 생태·진화·생물 다양성

에너지는 흐르고 물질은 돈다 — 개체군에서 종 분화까지

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-12



대입 과학논술 13 — 원자 구조·주기성 전자 배치 × 유효 핵전하 × 이온화 에너지로 읽는 주기성

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-13



대입 과학논술 14 — 화학 결합·분자 구조·극성

원자가 전자 세기 × 전자쌍 반발 × 쌍극자 벡터 합

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-14



대입 과학논술 15 — 분자 간 힘·수소 결합·계면

극성 × 분자 간 힘의 서열 × 계면 에너지로 읽는 물질

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-15



대입 과학논술 16 — 유기 화학·생체 분자·고분자

유기 화학·생체 분자·고분자 논제 해설

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-16



대입 과학논술 17 — 화학양론·농도

몰 × 반응식 계수비 × 농도 환산으로 푸는 화학 계산

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-17



대입 과학논술 18 — 산화·환원과 산화수

산화·환원과 산화수 논제는 무엇을 묻고, 어떻게 답하는가

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-18



대입 과학논술 19 — 산·염기·pH·완충

평형(K) × 몰수 계산 × 부피 보정으로 푸는 산·염기

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-19



대입 과학논술 20 — 반응 속도

넘어야 할 언덕 — 반감기에서 촉매, 반응 메커니즘까지

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-20



대입 과학논술 21 — 화학 평형

평형 상수 K × 반응 지수 Q × 르샤트리에로 읽는 화학 평형

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-21



대입 과학논술 22 — 열화학·엔탈피·자유 에너지

열화학 논제는 무엇을 묻고, 어떻게 답하는가

25,000원 → **15,000원**
ssbook.kr/book/nonsul-22



대입 과학논술 23 — 용액·총괄성·상평형

용액·총괄성·상평형 논제는 무엇을 묻고, 어떻게 답하는가

24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-23



대입 과학논술 24 — 기체
기체 논제는 무엇을 묻고, 어떻게 답하는가
24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-24



대입 과학논술 25 — 화학 전자·전기 분해
화학 전자·전기 분해 논제는 무엇을 묻고, 어떻게 답하는가
24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/nonsul-25



01 통합과학 화학 1 — 소금과 별
원자에서 원소의 기원·주기율표까지
18,000원 → **10,800원**
ssbook.kr/book/tonghap-01



02 통합과학 화학 2 — 빛은 왜 녹색까
결합에서 반응·산과 염기까지
18,000원 → **10,800원**
ssbook.kr/book/tonghap-02



03 통합과학 생명과학 1 — 배추는 왜 숨이 죽을까
분자에서 세포·효소·에너지까지
18,000원 → **10,800원**
ssbook.kr/book/tonghap-03



04 통합과학 생명과학 2 — 늑대가 돌아오자
유전 정보에서 진화·생태계까지
18,500원 → **11,100원**
ssbook.kr/book/tonghap-04



05 통합과학 물리 1 — 미끄럼틀은 왜 따뜻해질까
원자에서 힘과 에너지까지
22,000원 → **13,200원**
ssbook.kr/book/tonghap-05



06 통합과학 물리 2 — 호박 구슬과 나침반
원자에서 전자기파까지
24,000원 → **14,400원**
ssbook.kr/book/tonghap-06



07 통합과학 지구과학 1 — 구름은 왜 떨어지지 않을까
대기·기압·복사 에너지로 읽는 날씨
21,000원 → **12,600원**
ssbook.kr/book/tonghap-07



08 통합과학 지구과학 2 — 단양의 돌은 바다였다
원자에서 암석·판·지구의 역사까지
20,000원 → **12,000원**
ssbook.kr/book/tonghap-08

채식 (5)



사상채질과 채식
이제마의 사상·권도원의 팔체질·황제내경을 영양학과 분자생물학으로 다시 읽다
21,000원 → **12,600원**
ssbook.kr/book/sasang-veg



체질과 심리신경내분비
사상·팔체질·황제내경과 Big5·MBTI를 몸의 언어로 다시 읽다
18,000원 → **10,800원**
ssbook.kr/book/constitution-neuro

역사 속의 채식인

채식의 역사를 사람들의 이야기로 읽다
교보문고 판매
ssbook.kr/book/veg-history

채식이야기

채식에 관한 이야기
교보문고 판매
ssbook.kr/book/veg-story

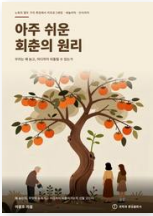
우리 몸은 채식을 원한다

몸이 채식을 원하는 이유

교보문고 판매

ssbook.kr/book/body-wants-veg

라이프스타일 (3)



아주 쉬운 회춘의 원리

노화의 12가지 특징과 식이를 통한 회춘

18,000원 → **10,800원**

ssbook.kr/book/rejuvenation



피부는 안에서 만들어진다

콜라겐·아쿠아포린·자가포식과 식물성 케톤식

18,400원 → **11,000원**

ssbook.kr/book/skin-inside

과학과 초월의 길목에서

과학과 영성이 만나는 자리

교보문고 판매

ssbook.kr/book/science-transcend

고대사 (5)



동아시아 1만 년의 기후와 땅

한반도에서 본 홀로세의 기후와 지형 변화

25,000원 → **15,000원**

ssbook.kr/book/climate-ea-1



고려 서경(西京)의 위치를 추정하다 1권 방법편

여덟 가지 방법으로 동아시아 고전 지명을 좌표로 옮기기

25,000원 → **15,000원**

ssbook.kr/book/seogyong-1



고전의 지명을 좌표로 옮기다 제1권 기초편

동아시아 고전 지명의 계량적 위치 추정 (제1~7장)

21,000원 → **12,600원**

ssbook.kr/book/geonames-1



고전의 지명을 좌표로 옮기다 제2권 기법편

동아시아 고전 지명의 계량적 위치 추정 (제8~16장)

24,000원 → **14,400원**

ssbook.kr/book/geonames-2



고전의 지명을 좌표로 옮기다 제3권 적용편

동아시아 고전 지명의 계량적 위치 추정 (적용 사례)

25,000원 → **15,000원**

ssbook.kr/book/geonames-3